escuela abierta

N° 21 | 2018

Revista de Investigación Educativa del Centro de Estudios Universitarios Cardenal Spínola CEU

EA, Escuela Abierta 21 (2018)

Entidad Editora

Fundación San Pablo Andalucía CEU
Teléfono: 954488000. Correo: escuelaabierta@ceuandalucia.es
URL:https://w3.ceuandalucia.es/ojs/index.php/EA/index
ISSN: 1138-6908 / e-ISNN: 2603-588X / D.L.: SE-341-98

Presentación

JOSÉ EDUARDO VÍLCHEZ

Dirección de EA, Escuela Abierta

El anterior número de la revista constituyó un hito importante al implicar el paso definitivo a publicación en versión exclusivamente electrónica, así como otros cambios estructurales y formales. Con este nuevo número (21) seguimos avanzando en la implementación de estos cambios, consolidando la gestión de los artículos a través de la plataforma OJS (Open Journal System) y asignando a todos ellos el identificador DOI (Digital Object Identifier). Esta asignación de DOI se irá extendiendo progresivamente a todo el histórico de la producción de la revista. También continuamos incorporando miembros a los Consejos Editorial y Científico para contribuir a su externalización e internacionalización.

El presente número se orienta a la enseñanza de la Educación Física y las Matemáticas. En el primero de los artículos se valora el trabajo de la orientación espacial en Educación Física mediante el uso de metodologías altamente competenciales (de carácter convergente y divergente). Implementada la intervención en grupos control y experimental de 5º de Primaria, se concluye que existe una mejora más notable de la orientación espacial en el grupo experimental. Además, se evidencia un elevado grado de motivación por parte de estos alumnos durante las sesiones de Educación Física. Los autores proponen la extensión de esta metodología a otras áreas. El siguiente trabajo aborda el desarrollo de las clases de matemáticas en el Grado de Educación Primaria mediante un proyecto que incorpora escenas de cine y televisión como recurso didáctico. Como resultado se presenta un "banco de escenas" de películas y series relacionadas, de forma más o menos explícita, con situaciones de entorno matemático, así como una lista de recomendaciones consensuadas para su utilización en la docencia. En el tercero de los artículos los autores se proponen identificar el conocimiento especializado puesto en juego en la resolución de un problema de proporcionalidad compuesta por parte de estudiantes para maestro de Educación Primaria. Para ello, analizan las producciones siguiendo el modelo *Mathematics Teachers´ Specialised Knowledge* (MTSK). Los resultados reflejan que las resoluciones basadas en las unidades de medida de las magnitudes involucradas muestran un conocimiento más rico en dicho contenido. La sección Estudios se cierra con un estudio sobre la formación del profesorado de Educación Física en nuevas tecnologías, siguiendo el modelo *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK). Se ha realizado con una muestra de docentes de Primaria en ejercicio, correspondientes a centros educativos de las provincias de Huelva y Sevilla. Los maestros se sienten en general competentes y se autovaloran como eficaces en diversas acciones con la tecnología encontrándose, además, correlaciones positivas entre varias de las variables consideradas.

Finalmente en la sección Experiencias se presenta una propuesta basada en el uso del ilusionismo como herramienta pedagógica en Educación Primaria. Además de una revisión del estado de la cuestión, el artículo incluye una serie de actividades basadas en juegos de magia y una reflexión final sobre su implementación.

Estamos trabajando ya tanto en los contenidos del próximo número como en seguir mejorando los procesos que garantizan la calidad científica y la edición formal de *EA, Escuela Abierta.*

El uso de metodologías altamente competenciales de Educación Física para el aprendizaje de la orientación espacial en Primaria

The use of high competency-based learning methodologies of Physical Education to promote the spatial orientation in Primary school

MÍRIAM SEGURA

Depart. de Pedagogía, Universidad Rovira y Virgili

CARME JULIÀ

Depart. de Ingeniería Informática y Matemáticas, Universidad Rovira y Virgili

Recibido: 17/07/2017

Aceptado: 08/02/2018

RESUMEN

Esta investigación propone la Educación Física para trabajar la orientación espacial. La metodología propuesta consiste en usar dos estilos altamente competenciales: estilo de producción convergente y estilo de producción divergente. En estos, los alumnos deben aprender a solucionar los problemas planteados y no limitarse a imitar patrones motores de sus compañeros o maestros. El maestro asume el papel de guía. Presentamos una experiencia llevada a cabo en un grupo experimental y un grupo control de 5º de Primaria. Los resultados muestran una mejora más notable de la orientación espacial en el grupo experimental. Además, se evidencia un elevado grado de motivación por parte de estos alumnos durante las sesiones de Educación Física. Finalmente, se observa que la metodología utilizada y la organización del alumnado facilitan la adquisición de contenidos clave actitudinales. Estos resultados permiten concluir que se podría usar una propuesta similar para trabajar diferentes áreas experimentales de forma competencial y motivadora.

PALABRAS CLAVES
Educación Física, orientación espacial, metodología competencial, motivación, Educación Primaria.

ABSTRACT

This investigation proposes to use the Physical Education to promote the spatial ability. The proposed methodology uses two very competency-based learning styles: convergent productive style and divergent productive style. In these styles, students must learn to solve problems raised in class and not just imitate gestures or motor patterns of their classmates or teachers. The teacher assumes the role of guide. We present a practical experience carried out in an experimental group and a control group of 5th Primary school students. Results manifest the notable improvement of the spatial ability in the experimental group case. Additionally, it is evident the high level of motivation shown by these students during the sessions of Physical Education. Finally, it is observed that the methodology used and the organization of students have facilitated the acquisition of key attitudinal contents. These results allow to conclude that a similar proposal could be used to study different experimental areas in a competency-based and motivating way.

KEYWORDS
Physical education, Spatial Ability, Competency-based Learning, Motivation, Primary Education.

Para citar este artículo: Segura, M. y Julià, C. (2018). El uso de metodologías altamente competenciales de Educación Física para el aprendizaje de la orientación espacial en Primaria. *EA, Escuela Abierta*, 21, 3-25. doi:10.29257/EA21.2018.02

1. INTRODUCCIÓN

La Educación Física es un área privilegiada desde la cual enseñar y educar a nuestros alumnos. Cada asignatura, debido a la especificidad de sus contenidos, dispone de una didáctica concreta (Sebastiani, 2003). El carácter lúdico de la Educación Física, los aspectos vivenciales que en ella tienen cabida y la implicación del alumnado a nivel físico, psíquico y social facilita que se trate de una asignatura bien considerada entre los alumnos.

A diferencia de otras áreas tradicionalmente centradas en el trabajo de contenidos, en Educación Física no es nuevo el hecho de trabajar de forma competencial (Blázquez, 2013). En general, se planifican y evalúan competencias en lugar de contenidos. En Educación Física la demanda constante de actividad, la globalidad desde la que se trabaja, la exigencia continua de mostrar las habilidades y destrezas que uno posee, la imposibilidad de disimular los errores y los progresos, por no hablar del espacio, material o agrupación de los alumnos hacen que disponga de unas características propias, muy distintas de las que presentan las asignaturas del aula ordinaria. Estos matices generan la necesidad de secuenciar, diseñar y evaluar por competencias, entendiéndose éstas como la capacidad que tiene una persona para utilizar sus conocimientos y habilidades para resolver un problema o una situación de la vida cotidiana.

Al mismo tiempo, el currículum abierto en cuanto a contenidos permite diseñar experiencias de aprendizaje práctico para trabajar contenidos de distintas áreas de una forma más competencial y motivadora. De hecho, son varios los estudios que demuestran la capacidad de la Educación Física de trabajar distintos contenidos relacionados con otras áreas como matemáticas o ciencias naturales, sociales, lengua, etc. (e.g., Sallan, 2002; Bocanegra y Villanueva, 2003).

Por otro lado, la opinión sobre la asignatura de matemáticas suele ser opuesta a la comentada en el caso de Educación Física. Díaz (2010) propone aprovechar el carácter lúdico-formativo de la Educación Física y su aceptación, en general, entre los alumnos como el puente idóneo para el desarrollo transversal de las matemáticas. En su artículo, Díaz presenta propuestas de enseñanza-aprendizaje para trabajar los diferentes bloques de contenido de matemáticas: número y operaciones, medida, estimación y cálculo de magnitudes, geometría y tratamiento de la información, azar y probabilidad.

Teniendo en cuenta las características ya comentadas de la asignatura de Educación Física, esta investigación se centra en potenciar la orientación espacial de los alumnos de Primaria, un contenido que no siempre se enseña en las clases de matemáticas.

Existen diversas definiciones para el término habilidades espaciales. Algunas de ellas contienen de forma implícita la orientación espacial, razonamiento espacial o la visualización. Sutton y Williams (2007) definen las habilidades espaciales como aquellas que se necesitan para realizar rotaciones mentales de objetos, describir y entender cómo se ven los objetos desde diferentes ángulos y entender cómo se relacionan los objetos entre ellos en el espacio. Sutton, Heathcote y Bore (2005) mencionan que las habilidades espaciales permiten extraer información sobre propiedades en tres dimensiones (3D) a partir de representaciones de éstas en dos dimensiones (2D). En (Newcombe, 2010), se usa el término pensamiento espacial (spatial thinking) y se define como la habilidad de localizar los objetos, sus formas, sus relaciones entre ellos y los recorridos que toman cuando se mueven. Newcombe comenta la importancia de trabajar la orientación espacial para mejorar el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias, entre otras áreas.

En 2000, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) marcó unos objetivos y recomendaciones para la educación de las matemáticas desde nivel preescolar hasta la educación secundaria. En el caso concreto de Geometría, los autores proponen que los alumnos analicen las características de las formas y que construyan argumentos matemáticos sobre las relaciones geométricas, así como el uso de la visualización, el razonamiento espacial y el modelaje geométrico para resolver problemas. Además de las recomendaciones del NCTM sobre introducir la visualización y las habilidades espaciales en Primaria, existen varios autores que insisten en la importancia de adquirir estas habilidades para mejorar resultados en áreas como ciencias, tecnología o ingeniería (ver por ejemplo: Sorby, 2009; Sutton y Williams, 2007; Verner, 2004).

En el caso de la Educación Física, la orientación deportiva es definida por Morales y Guzmán (2000) citado por Valero y col. (2010) como la realización de un recorrido por diferentes lugares, de una zona delimitada, conocidos o no, dibujado en un mapa, pasando por unos controles fijados en el terreno en un orden establecido. Aunque los trabajos que se acaban de citar usan diferentes términos o definiciones para referirse a las habilidades espaciales, lo importante es que todos proponen potenciar estas habilidades (o alguna de ellas) en educación Primaria.

El principal objetivo de este trabajo de investigación es el de potenciar la orientación espacial a través de la Educación Física. Para conseguir este objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Mostrar que es posible trabajar contenidos de otras áreas instrumentales, usando metodologías o juegos propios de Educación Física.
- Estudiar la motivación de los alumnos cuando asisten a clases que siguen una metodología altamente competencial.
- Remarcar e interiorizar la importancia de potenciar el trabajo cooperativo.

En cuanto a la metodología, se utilizan dos estilos de enseñanza-aprendizaje altamente competenciales: el estilo de producción convergente y el estilo de producción divergente (Zabala, 2014). Éstos son muy diferentes de los que se usan habitualmente en Educación Física: el descubrimiento guiado y la asignación de tareas, ambas menos competenciales. Los estilos de producción convergente y divergente son estilos, como su nombre indica, de producción, eso significa que, a diferencia de los estilos de reproducción (por ejemplo asignación de tareas) los alumnos deben aprender a encontrar soluciones a los problemas planteados en clase y no limitarse a copiar, imitar, repetir los gestos o patrones motores de sus compañeros o maestros. A lo largo de este proceso cognitivo, motriz, afectivo y de toma de decisiones el maestro es un guía, facilita ayuda en el proceso, pero ni propone ni inhabilita soluciones, son los alumnos los que deben hacer el aprendizaje y llegar a conclusiones o propuestas finales trabajando en equipo de forma cooperativa. La metodología de enseñanza-aprendizaje escogida permite establecer un adecuado engranaje de contenidos y áreas.

Para el desarrollo de esta propuesta didáctica, se propone organizar la clase en grupos pequeños, para intentar fomentar las capacidades comunicativas, el trabajo cooperativo y la autonomía de los alumnos. De esta forma, se trabaja también la resolución de problemas de una forma más lúdica.

El resto del artículo está estructurado de la siguiente forma: primero, se presenta la metodología utilizada durante la investigación. A continuación, se muestran y analizan los resultados obtenidos, teniendo en cuenta los datos que proporcionan los diferentes instrumentos de control que se han usado en esta investigación. Se finaliza el artículo con unas conclusiones y unas implicaciones didácticas.

2. METODOLOGÍA

La metodología que se siguió en la investigación es de carácter cuantitativo, descriptiva-interpretativa, basada en la secuencia pretest-proceso de enseñanza-postest y trabajando con grupos experimental y control.

2.1. Población y muestra

La propuesta se llevó a cabo en una escuela concertada. En concreto, la práctica está orientada para alumnos de 5º de Primaria. Aprovechando que la escuela es de dos líneas, la clase de 5º A, formada por 21 alumnos, se consideró como grupo control (GC) y la clase de 5º B, formada por 24 alumnos, se tomó como grupo experimental (GE).

2.2. Propuesta de enseñanza

El experimento de enseñanza se inició aplicando un pre-test a todos los alumnos de 5º de Primaria (GC y GE) para identificar el nivel de partida respeto a la orientación espacial. Posteriormente se realizaron cinco sesiones de Educación Física únicamente al GE. Durante las sesiones de clase, los alumnos de este grupo completaron un instrumento de autoevaluación. Finalmente, se administran a todos los alumnos los cuestionarios para recoger los resultados finales y comprobar si había diferencia entre los dos grupos. En el caso del GE, se les pasó también un test para evaluar su grado de motivación durante las sesiones de la secuencia experimental. La segunda autora del artículo pasó los test y la primera impartió las sesiones de Educación Física.

2.3. Diseño de la secuencia experimental

La secuencia didáctica, llamada *Los aprendices de detective*, se diseñó y temporizó conjuntamente con el maestro de Educación Física del centro. La selección y el diseño de las actividades de la secuencia didáctica se basaron en el currículum de Primaria de la comunidad autónoma donde está ubicado el centro educativo, considerando los contenidos clave de la Educación Física de tercer ciclo: control y conciencia corporal, lateralidad, orientación espacio temporal, resolución de situaciones motrices y habilidades motoras básicas.

Como se ha comentado anteriormente, se organizó la clase en grupos de 4/5 alumnos y se usaron dos estilos de enseñanza–aprendizaje altamente competenciales: el estilo de producción convergente y el de producción divergente. En ambos estilos se les plantea a los alumnos una situación problema a resolver. Los alumnos, utilizando sus competencias básicas (lingüística, social y ciudadana, interacción con el mundo físico, entre otras), deben, en el primero (producción convergente), escoger entre todo el grupo la mejor solución. En el estilo de producción divergente son válidas distintas soluciones al mismo problema y cada alumno puede defender la suya y compartirla con los demás para valorar si es adecuada o no.

La metodología utilizada y la organización de los alumnos en las distintas actividades también facilita la adquisición de contenidos clave actitudinales: trabajo en equipo, cooperación, respeto, entre otros. La Tabla 1 muestra las sesiones de la secuencia diseñada e implementada en esta investigación.

Tabla 1

Sesiones de desarrollo de la secuencia didáctica.

Sesión 1: Los arquitectos y los espíritus móviles Organización social: Gran grupo - Grupos de 3		
Actividades	Material	Espacio
■ Presentación y explicación de la secuencia. ■ Bolas de dragón: encontrar las pelotas de espuma pequeñas escondidas por el maestro. Variante: las esconden la mitad de los alumnos y el resto las encuentra. ■ En pequeños grupos, dibujar un plano de la pista. ■ Situar diferentes objetos de EF en la pista. Los alumnos deberán situarlos en su plano. ■ Un alumno mueve un objeto de la pista. El resto deben averiguar qué objeto se ha movido y dibujarlo de nuevo en el plano. ■ Explicar verbalmente el proceso que han seguido para dibujar el plano y los objetos.	Pelotas de espuma, conos, aros, cuerdas, hojas de papel, colores y lápices	Gimnasio y pista deportiva
Sesión 2: Camuflaje musical Organización social: Dos grupos – Grupos de 5 – Gran grupo		
Actividades	Material	Espacio
■ Los contrabandistas con macarrones: dos equipos (contrabandistas / policía aduana). Hacer contrabando de macarrones. Cada contrabandista sólo puede ser parado por dos policías que deberán intentar encontrarle el macarrón utilizando las manos. Sólo una pieza por viaje. ■ La cacería de los tesoros: los alumnos se organizarán en pequeños grupos. Cada grupo dispondrá de un plano con 10 marcas. Deberán localizarlas y anotarse la palabra encontrada. ■ Utilizar el máximo número de palabras encontradas para cantar un máximo de dos canciones. Gana el equipo que utiliza más en un contexto correcto.	Macarrones, mapas y elementos de señalización	Patios exteriores

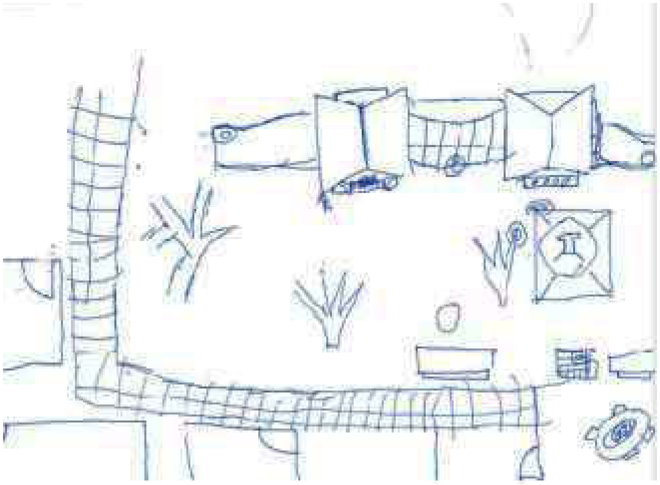
Sesión 3: Recolectores de setas Organización social: Grupos de 5		
Actividades	**Material**	**Espacio**
▪ En pequeños grupos, leer un texto y seguir las indicaciones para llegar a un lugar concreto. ▪ Una vez allí, dibujar el recorrido que han seguido para llegar desde el lugar de salida al punto final. Ocultar cinco objetos por la zona y marcarlos en el mapa. Volver al punto de salida. ▪ Intercambiar los planos entre los grupos. Ir a buscar los objetos escondidos por el otro equipo. ▪ Explicar cómo y dónde han encontrado los diferentes objetos escondidos.	Indicaciones escritas, objetos pequeños y variados para ser escondidos, hojas de papel, colores y lápices	Patios exteriores
Sesión 4: Los detectives constructores **Organización social: Grupos de 5**		
Actividades	**Material**	**Espacio**
▪ En grupos de 5 alumnos, interpretar unas pistas para localizar dónde está escondida una imagen. Cada grupo inicia la carrera en un punto diferente. ▪ Cuando encuentran una, la memorizan, vuelven al punto inicial y deben construir y/o dibujar aquello observado. Una vez realizado correctamente, recibirán la siguiente pista. ▪ Dibujar el mapa y ubicar todas las imágenes encontradas.	Pistas de localización, imágenes, piezas de construcción, hojas de papel, colores y lápices	Patios exteriores, huerto y bosque
Sesión 5: Testimonios ocultos **Organización social: Grupos de 5**		
Actividades	**Material**	**Espacio**
▪ Orientación con relieves: Repartir a cada grupo de 5 alumnos un mapa en el que habrá marcados 5 puntos. En el punto número 1 estará escondido un testigo. El primer relevista, cuando lo encuentre debe ir a esconderlo en el punto número 2 y volver al inicio para que salga el compañero siguiente. Así sucesivamente hasta encontrarlos todos. ▪ Creación de una carrera de relevos orientada: cada grupo de alumnos elige una zona del patio. En ella, dibujan el plano y marcan 5 puntos. En el primero, esconden un testigo. Intercambio de mapas entre los diferentes equipos para realizar el recorrido. El equipo que finaliza antes es el ganador.	Relevos, mapas, hojas de papel, colores y lápices	Patios exteriores, huerto y bosque

2.3.1. Ejemplo de actividad de la sesión 1

Se propone a los alumnos dibujar un mapa del patio. Disponen de 15 minutos y del material necesario para dibujarlo. La Figura 1 muestra un ejemplo de producción de un grupo de alumnos.

Figura 1

Ejemplo de producción de un grupo de alumnos: mapa del patio (sesión 1)



2.3.2. Ejemplo de actividad de la sesión 2

La cacería de los tesoros. Los alumnos disponen de un mapa como el de la Figura 2 y deben localizar 10 objetos que aparecen señalados allí. Los objetos han sido previamente escondidos por el maestro.

Figura 2

Mapa donde están señalados 10 objetos (sesión 2)

2.3.3. Ejemplo de actividad de la sesión 3

Lectura de texto y seguir las indicaciones para finalizar un recorrido escrito. Cada grupo dispone de un recorrido distinto.

Recorrido 6

Sitúate enfrente de la fuente y da veintidós pasos en dirección al colegio. Después realiza veintinueve pasos a la izquierda y cuatro a la derecha. Anda nueve pasos más en dirección a portería y pásala por debajo. Recorre cuarenta pasos más en línea recta y llegarás al destino.

2.3.4. Ejemplo de actividad de la sesión 4

Localizar distintos puntos señalados en un mapa de la escuela (ver Figura 3). Cuando los encuentran, memorizar la figura en tres dimensiones allí escondida (ver ejemplos en la Figura 4) e ir a reproducirla en el punto de partida.

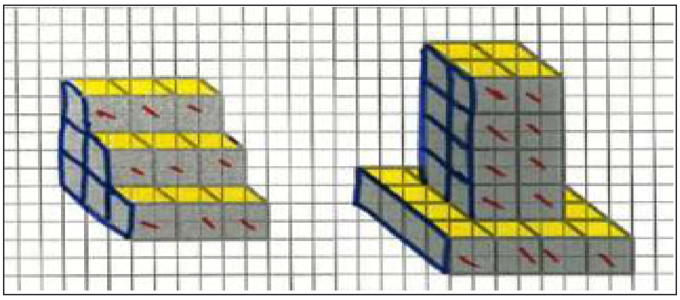
Figura 3

Mapa con los distintos puntos donde deben dirigirse los alumnos (sesión 4)

ISSN 2603-588X

Figura 4

Ejemplos de figuras que los alumnos deberán memorizar y reproducir (sesión 4)

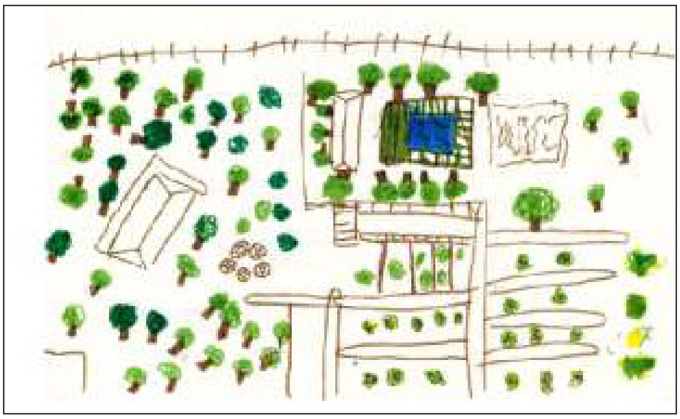


2.3.5. Ejemplo de actividad de la sesión 5

Diseño de un mapa de la zona en la que han realizado la carrera por equipos. La Figura 5 muestra un ejemplo de producción de un grupo de alumnos.

Figura 5

Ejemplo de producción de un grupo de alumnos (sesión 5)



2.4. Instrumentos de control

En esta investigación se han utilizado distintos instrumentos para la recogida de datos: ficha de autoevaluación, test de motivación y test de orientación espacial.

Autoevaluación

Se ha diseñado una ficha de autoevaluación para enseñar a los alumnos a reflexionar sobre su propio rendimiento y su actitud frente a las actividades realizadas y a los compañeros. En ningún caso se trata de una ficha para calificar al alumno, sino que la idea es que éste sea sincero y se dé cuenta de los aspectos que debe mejorar y cómo puede hacerlo. Este instrumento de control permite al mismo tiempo trabajar la competencia de aprender a aprender.

Se explicó a los alumnos cómo debían rellenar la ficha y se leyeron cada uno de los indicadores para constatar que habían sido entendidos. Al terminar cada sesión, los alumnos debían pintar en la celda de la derecha el nivel de acuerdo que mostraban con los dos indicadores que hacen referencia a dicha sesión. La Tabla 2 muestra la ficha de autoevaluación.

Tabla 2

Ficha de autoevaluación

LOS APRENDICES DE DETECTIVE	Nombre: Poco ________ Mucho
Los arquitectos y los espíritus móviles	He ayudado a mis compañeros en el diseño del mapa. He observado algún objeto que se ha movido y lo he situado en el mapa.
Camuflaje musical	He colaborado con los compañeros para encontrar las marcas. He participado activamente en la elaboración y representación final.
Recolectores de setas	He sido capaz de dibujar, con la ayuda de los compañeros el recorrido. He localizado algunos de los objetos escondidos por los otros equipos.
Los detectives constructores	He memorizado y construido correctamente algunas figuras. He ayudado a los compañeros a dibujar el mapa y marcar los objetos.
Los testimonios ocultos	He finalizado con éxito la carrera de relevos diseñada por la maestra. He participado en la creación de un nuevo recorrido de carrera.
Escala: Poco hasta mucho. Pintar el cuadro.	
Observaciones – comentarios:	

Test de motivación

Se usó el Course Interest Survey (CIS) para cuantificar las reacciones de los alumnos respecto a la metodología usada en clase (Keller, 2006). Este cuestionario fue diseñado según la teoría de un modelo específico de la motivación del alumno: el modelo ARCS (Keller, 1987). Concretamente, el CIS se utiliza para medir cuatro factores de motivación: atención, relevancia, confianza y satisfacción. El objetivo de este instrumento es averiguar la motivación de los alumnos respecto a un curso que se ha impartido siguiendo una metodología nueva para ellos. Aunque según Keller el cuestionario es válido para cualquier edad, hay que tener en cuenta que para niveles de educación primaria, algunas de las preguntas pueden resultar difíciles de entender. Para este trabajo, se tradujo el cuestionario original y se adaptó alguna pregunta a la realidad concreta, tal y como se aconseja en (Keller, 2006).

El CIS consiste en 34 preguntas o afirmaciones que los alumnos tienen que puntuar entre 1 (no cierta) y 5 (muy cierta). El hecho de que algunas de las preguntas estén formuladas de forma negativa, provocó alguna confusión. El cuestionario está formado por preguntas referidas a los cuatro factores mencionados anteriormente: 8 referentes a la atención, 9 a la relevancia, 8 a la confianza y 9 a la satisfacción. Las preguntas de los factores se van intercalando a lo largo del cuestionario.

Test de orientación espacial

Tal y como se comenta en (Julià y Antolí, 2016), existe una amplia colección de instrumentos para evaluar la orientación espacial. Lamentablemente, la mayor parte de ellos están diseñados para alumnos de secundaria (más de 12 años). Recordemos que en este trabajo, los alumnos tienen 11 años. Al final, se han escogido dos de los test que se usan en (Julià y Antolí, 2016). El primero, el Paper Folding Test, está basado en la propuesta de (Bakker, 2008), donde el autor analiza diferentes test para evaluar las habilidades espaciales de niños de 11 años. El segundo, el Perspective Taking/Spatial Orientation Test (Hegarty y Waller, 2004), fue seleccionado de la Spatial Intelligence and Learning Center[1], una web que recoge tests para evaluar habilidades espaciales.

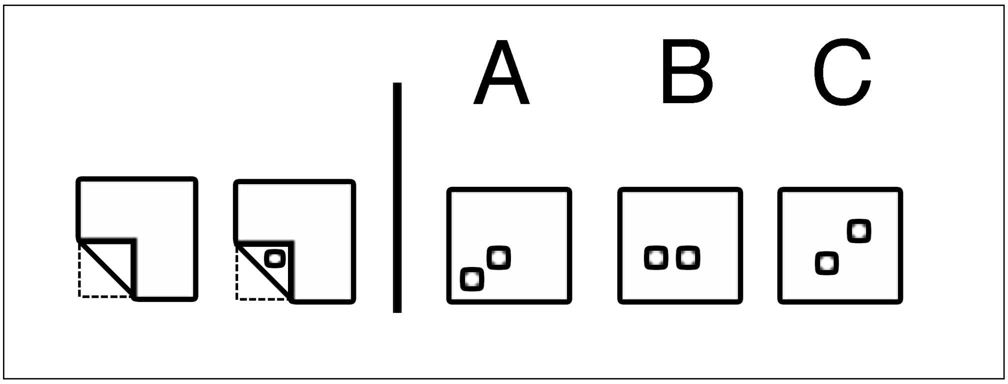
El primer test (sub-test 1) cuenta con 2 partes, de 10 preguntas cada una. Estas dos partes configuran el pre y el post-test respectivamente. El segundo test (sub-test 2), lo configuran 12 preguntas que se han separado en 6 para el pre-test y 6 para el post-test. A continuación, se muestra un ejemplo de pregunta de cada uno de los sub-test.

Paper Folding Test

Los alumnos tienen que imaginar cómo se dobla y desdobla una hoja de papel. A la izquierda de cada pregunta se dan las instrucciones de cómo se ha doblado la hoja de papel (ver Figura 6). Después, se marca un agujero en el papel. Una vez desplegado el papel, hay que escoger cuál de las figuras de la izquierda corresponde al papel original de la derecha (en el ejemplo que muestra la Figura 6, la respuesta correcta es la C).

Figura 6

Ejemplo de pregunta de la prueba Paper Folding Test



Perspective Taking/Spatial Orientation Test

Este test requiere visualizar diferentes perspectivas y orientaciones de objetos en el espacio. La Figura 7 muestra un ejemplo. Siempre hay los mismos objetos en la parte superior de la imagen. En el medio, se proporciona información sobre la posición del alumno. En la parte inferior, el alumno tiene que transformar la información que se le proporciona en un esquema. En el ejemplo que muestra la Figura 7, la línea discontinua corresponde a la respuesta esperada.

Es necesario remarcar que ninguna de las actividades que aparecen en estos test se llevó a cabo durante las sesiones de Educación Física de la secuencia didáctica que se propone en esta investigación.

Los alumnos dispusieron de 6 minutos para completar las 10 preguntas que componen el sub-test 1 y 5 minutos para completar las 6 preguntas que forman el sub-test 2.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

3. 1. Resultados autoevaluación

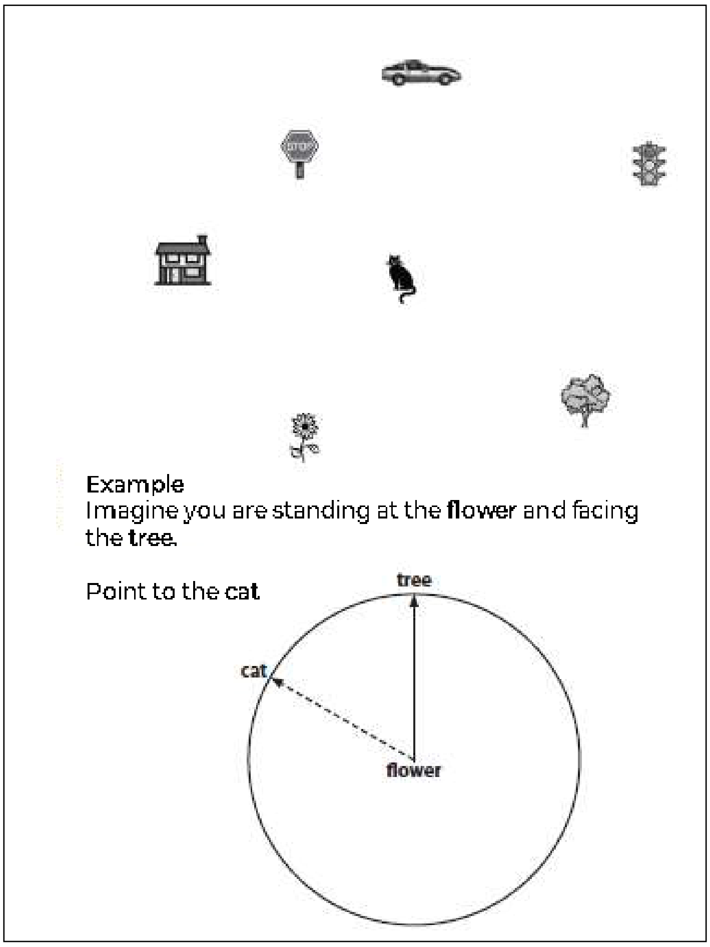
La escala de estimación consta de 10 indicadores que son valorados por los propios alumnos del GE pintando una proporción de la celda lateral. De entre los indicadores de consecución más individuales (b, f, g, i), los que obtuvieron mejor valoración fueron los de observar y localizar objetos en el mapa (b, f). Casi el 90% de los alumnos pintaron entera la celda. Respeto a la memorización y construcción de figuras, el intervalo de percepción de éxito se situó alrededor del 70%.

El resto de indicadores (a, c, d, e, h, j), relativos al trabajo en equipo y a la cooperación conjunta para alcanzar un objetivo común (producción convergente-divergente) obtuvieron valores altos en la Tabla. La observación directa de la escalera muestra un claro acercamiento en la mayoría del alumnado al valor mucho, habiendo tres alumnos que, en general, consideraron que su aportación al grupo cooperativo y a la tarea había sido media, mejorando en las dos últimas sesiones.

Estos resultados indican que los alumnos entendieron el proceso colaborativo, participaron de él y consideraron relevante su aportación al grupo, siendo éste uno de los objetivos de la investigación.

Figura 7

Ejemplo de pregunta de la prueba *Perspective Taking/Spatial Orientation Test*.



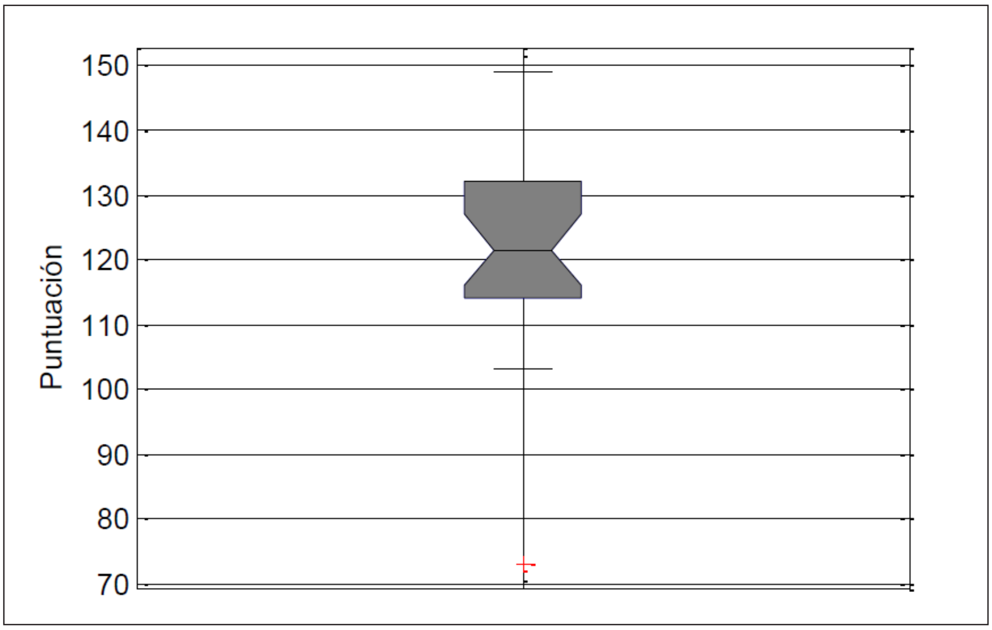
3. 2. Resultados motivación

El test consta de 33 preguntas que se valoran entre 1 y 5. Se eliminó una pregunta del test, porque hacía referencia a la evaluación de la actividad y no se les había proporcionado ninguna evaluación. Así, las posibles puntuaciones están entre el valor mínimo y máximo de 33 y 165, respectivamente. La Figura 8 muestra los valores que cada alumno obtuvo en el test de motivación (suma de las puntuaciones que cada alumno dio a cada una de las preguntas del test). En particular, la figura poligonal contiene los datos entre el primer y tercer cuartil (la mediana se representa por una línea horizontal en la región más estrecha).

La media de las puntuaciones obtenidas en el test de motivación fue de 122.85, con valores entre 73 y 149. Nótese en la Figura 8 que el 73 es considerado un outlier (está marcado con una cruz roja), ya que la siguiente puntuación es 103, un número mucho mayor. Estos resultados permiten deducir que la mayoría de los alumnos se sintió motivado en las clases.

Figura 8

Suma de las puntuaciones que los alumnos dieron a las preguntas del test de motivación



La Tabla 3 muestra la media y desviación estándar de los cuatro factores que se consideran en el modelo ARCS. Se puede observar que la satisfacción es el factor que obtiene máxima puntuación, con una media de 3.93 (valores entre 1 y 5). Este resultado indica que los alumnos están satisfechos con la metodología usada durante las sesiones de Educación Física. Los otros tres factores también obtienen puntuaciones altas, con medias de 3.69, 3.71 y 3.53 para la atención, relevancia y confianza, respectivamente. Estos resultados indican que los alumnos siguieron con atención las sesiones, que las actividades coincidieron con los objetivos de aprendizaje de los alumnos y que la mayoría de los alumnos se sintieron seguros aprendiendo con esta metodología tan competencial. En resumen, las puntuaciones obtenidas permiten pensar que la mayoría de los alumnos estuvieron motivados durante las sesiones altamente competenciales de Educación Física propuestas en este trabajo.

Tabla 3

Media y desviación estándar obtenida en cada factor

Factor	Media	SD
Atención	3,69	0,63
Relevancia	3,71	0,54
Confianza	3,53	0,49
Satisfacción	3,93	0,62

3. 3. Resultados orientación espacial

En la Tabla 4 se recogen las puntuaciones (porcentaje de respuestas correctas) obtenidas por los alumnos de ambos grupos en cada uno de los sub-test. En la última columna se muestra la puntuación media obtenida por cada alumno en los dos sub-test. Es interesante destacar que los alumnos de ambos grupos (GC y GE) necesitaron los 6 y 5 minutos para completar el sub-test 1 y el sub-test 2, respectivamente. En el caso del post-test, los alumnos del GE completaron los dos sub-test en apenas 3 minutos. Esta mejora en la eficiencia no se produjo en el caso de los alumnos del GC, que usaron el mismo número de minutos que en el pre-test.

Tabla 4

Porcentaje de respuestas correctas obtenidas por cada alumno en cada sub-test y considerando la media de ambos (última doble columna)

Alumno	sub-test 1		sub-test 2		media sub-test	
	Pre	post	pre	post	pre	post
GC						
1	10,00	40,00	16,67	50,00	13,33	45,00
2	40,00	20,00	0,00	0,00	20,00	10,00
3	30,00	20,00	0,00	0,00	15,00	10,00
4	20,00	20,00	0,00	16,67	10,00	18,33
5	50,00	40,00	0,00	50,00	25,00	45,00
6	60,00	40,00	66,67	33,33	63,33	36,67
7	40,00	40,00	0,00	33,33	20,00	36,67
8	40,00	50,00	16,67	0,00	28,33	25,00
9	30,00	70,00	16,67	50,00	23,33	60,00
10	20,00	20,00	50,00	0,00	35,00	10,00

11	30,00	30,00	16,67	0,00	23,33	15,00
12	0,00	20,00	0,00	0,00	0,00	10,00
13	20,00	10,00	0,00	0,00	10,00	5,00
14	70,00	50,00	50,00	50,00	60,00	50,00
15	30,00	30,00	16,67	0,00	23,33	15,00
16	60,00	50,00	33,33	66,67	46,67	58,33
17	30,00	50,00	100,00	50,00	65,00	50,00
18	60,00	70,00	16,67	33,33	38,33	51,67
19	20,00	40,00	16,67	50,00	18,33	45,00
20	60,00	80,00	66,67	50,00	63,33	65,00
21	20,00	50,00	0,00	16,67	10,00	33,33
GE						
1	40,00	50,00	0,00	16,67	20,00	33,33
2	10,00	20,00	0,00	0,00	5,00	10,00
3	40,00	50,00	66,67	83,33	53,33	66,67
4	50,00	70,00	50,00	50,00	50,00	60,00
5	30,00	40,00	16,67	16,67	23,33	28,33
6	50,00	50,00	16,67	33,33	33,33	41,67
7	40,00	40,00	16,67	16,67	28,33	28,33
8	70,00	40,00	0,00	33,33	35,00	36,67
9	40,00	60,00	66,67	83,33	53,33	71,67
10	30,00	60,00	33,33	0,00	31,67	30,00
11	10,00	10,00	0,00	0,00	5,00	5,00
12	60,00	50,00	0,00	16,67	30,00	33,33
13	60,00	50,00	33,33	16,67	46,67	33,33
14	40,00	40,00	16,67	33,33	28,33	36,67
15	20,00	60,00	50,00	16,67	35,00	38,33
16	30,00	0,00	0,00	0,00	15,00	0,00
17	30,00	30,00	16,67	66,67	23,33	48,33
18	40,00	20,00	0,00	16,67	20,00	18,33
19	20,00	40,00	16,67	33,33	18,33	36,67
20	10,00	30,00	33,33	50,00	21,67	40,00
21	50,00	60,00	66,67	66,67	58,33	63,33
22	30,00	40,00	50,00	50,00	40,00	45,00
23	60,00	60,00	0,00	50,00	30,00	55,00
24	10,00	10,00	0,00	0,00	5,00	5,00

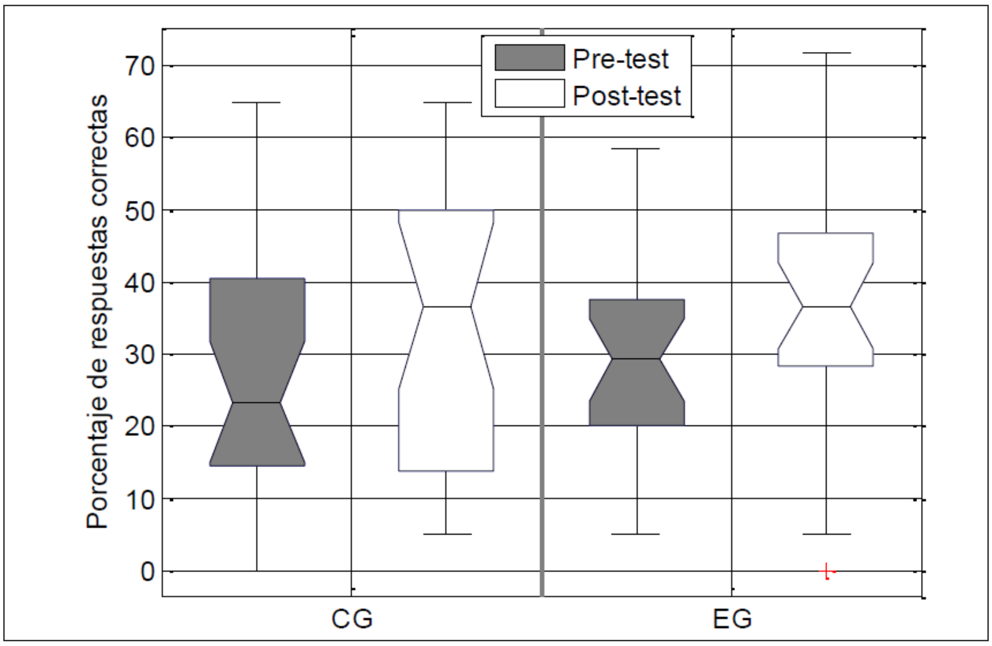
Los resultados que se presentan en la Tabla 4 muestran que en el sub-test 1, el 42% del GC mejora su puntuación (9 de 21 alumnos), el 24% se queda igual (5 de 21) y el 33% empeora el resultado (7 de 21). En el caso del GE, el 50% de los alumnos ha mejorado su puntuación (12 de 24 alumnos), el 30% (7 de 24 alumnos) ha obtenido la misma puntuación en ambos test y el 20% ha empeorado el resultado (5 de los 24 alumnos). Así, se observa que los resultados han sido mejores en el caso del GE.

La mejora de los resultados del GE es más clara en el sub-test 2. En el caso del GC, el 42% de los alumnos mejoran su puntuación en el post-test, el 24% mantiene la nota, mientras que el 33% empeora su puntuación. En el GE, los alumnos que mejoran su puntuación alcanzan el 50% del total, el 37.5% se queda igual, mientas que sólo el 12.5% obtiene una puntuación menor en el post-test.

La Figura 9 muestra la media de la puntuación obtenida por cada alumno en ambos sub-test. Se usa la representación poligonal explicada anteriormente. Usando esta representación de los resultados también se observa una mejoría más notable de las puntuaciones del post-test en el caso del GE.

Figura 9

Media del porcentaje de respuestas correctas obtenidas por los alumnos de ambos grupos en el sub-test 1 y el sub-test 2



Finalmente, con el objetivo de comparar el GC y el GE de forma global, en la Tabla 5 se muestra la media y la desviación estándar de las puntuaciones obtenidas por parte de cada grupo en los dos sub-test. Además, se ha realizado un t-test para comparar las medias obtenidas en cada pre-test y post-test. Específicamente, se ha realizado una prueba de dos colas (two-tailed test), tomando $\alpha = 0.05$ como nivel de significancia (5%).

Tabla 5

Puntuaciones obtenidas en pre y en el post-test (GC y GE) (media y desviación estándar de todo el grupo)

	GC						GE					
Test	media (%)		SD (%)		t	P	Media (%)		SD (%)		t	p
	Pre	Post	pre	post			Pre	Post	Pre	Post		
1	35,24	40,00	18,87	18,70	-0,82	0,42	36,25	40,83	17,39	18,39	-0,89	0,38
2	23,02	26,19	28,12	23,90	-0,39	0,69	22,92	31,25	23,98	26,15	-1,15	0,25
Media	29,1	33,1	24,45	22,32	-0,78	0,44	29,6	36	21,79	22,88	-1,41	0,16

Como se observa en la Tabla 5, la media de las notas en cada grupo en el caso del sub-test 1 se obtiene parecida en el GC y en el GE. Concretamente, se pasa de un porcentaje de respuestas correctas de 35.24% en el pre-test a un 40% en el post-test en el caso del GC, mientras que en el caso del GE se pasa de un 36.25% a un 40.83%. En el caso del sub-test 2, la mejora en el caso del GE es claramente más notable: se pasa de un porcentaje de respuestas correctas de 22.92% a un 31.25%, mientras que en caso del GC se pasa de un 23.02% a un 26.19%.

Aunque la mejora de la media obtenida en el post-test no es estadísticamente significativa en ninguno de los casos (nótese que el valor de p siempre es mayor que 0.05), se puede observar que en el caso del GE, se obtienen valores menores de p que en el GC. Concretamente, el GE obtiene p = 0.38 y 0.25 en el sub-test 1 y sub-test 2, respectivamente, mientras que en el caso de GC p = 0.42 y 0.69 en los mismos sub-test.

Si consideramos la media que se obtiene en ambos test (última fila de la Tabla 5), se observa que la mejora es más destacable en el caso del GE. En particular, se pasa de un 29.13% a un 33.10% en el caso del GC y de un 29.58% a un 36.04% en el caso del GE. De nuevo, el valor de p es menor en el caso de GE que en GC (0.16 y 0.44, respectivamente). Si bien el valor de p es no es menor que 0.05, en el caso del GE está cerca de serlo. Es decir, que la diferencia entre la media obtenida en el pre-test y en la media obtenida en el post-test está cerca de ser estadísticamente significativa. En el caso del GC, la diferencia entre ambas medias está lejos de ser menor que 0.05.

Hay que tener en cuenta que los alumnos no habían visto ni usado test similares antes ni habían estado entrenados para ello. Además, tal y como se mencionó anteriormente, estos test son más adecuados para edades más avanzadas. Posiblemente unos test más adaptados a la edad de la muestra permitirían visualizar mejor la mejora en las habilidades espaciales. Por otro lado, un mayor número de sesiones prácticas también ayudaría a que mejora de los resultados fuera estadísticamente significativa. Es importante destacar que los alumnos que tienen una orientación espacial muy poco desarrollada mejorarán esta habilidad muy lentamente durante las primeras 6 sesiones, aproximadamente (Newcombe, 2010).

4. Conclusiones

El principal objetivo de esta investigación era el de potenciar la orientación espacial a través de la Educación Física. Para ello, se ha diseñado una secuencia didáctica para 5º de Primaria siguiendo dos estilos de enseñanza–aprendizaje altamente competenciales: el estilo de producción convergente y el estilo de producción divergente, organizando a los alumnos en grupos de 4/5. Dicho estilo y organización ha facilitado la adquisición de contenidos actitudinales: trabajo en equipo, cooperación y respeto y esfuerzo y superación, entre otros.

El hecho de trabajar en grupo compartiendo decisiones y proponiendo soluciones mediante la escucha y el diálogo, pero al mismo tiempo realizando actividades partiendo de la autonomía e iniciativa personal ha facilitado que el alumnado y el docente interioricen la conveniencia de la cooperatividad y la responsabilidad compartida en los distintos procesos para alcanzar un aprendizaje competencial.

Para evaluar la mejora de los alumnos en cuanto a orientación espacial, se consideró un grupo experimental (GE), que asistió a las sesiones de Educación Física, y un grupo control (GC), que permitió validar los instrumentos de control. Se diseñaron un pre-test y un post-test para evaluar la orientación espacial de los alumnos antes y después de participar de la secuencia didáctica. Los resultados obtenidos evidencian una mejora más notable de la orientación espacial en el caso de los alumnos del GE. De todos modos, la mejora no ha sido significativa. Como se ha comentado en el apartado anterior, un número más elevado de sesiones ayudaría posiblemente a obtener una mejora más significativa de la orientación espacial por parte de los alumnos del GE. También se ha comentado anteriormente que los tests fueron diseñados para estudiantes de mayor edad y no se ha realizado ninguna adaptación para adecuarlos a los estudiantes del presente trabajo. Por otro lado, se evaluó de forma cuantitativa el grado de motivación de los alumnos del GE durante las sesiones de Educación Física. Las puntuaciones obtenidas en el test de motivación muestran el alto grado de motivación por parte de los alumnos de este grupo. Finalmente, después de cada sesión práctica, se pasó una ficha de autoevaluación que demuestra el alto grado de implicación del alumnado, especialmente en las actividades cooperativas, y el nivel de exigencia personal, muchas veces superior al de los propios docentes en la heteroevaluación.

Así pues, se confirma que la Educación Física permite trabajar la orientación espacial de una forma lúdica y motivadora. En clase de matemáticas y siguiendo una metodología tradicional es difícil trabajar ésta y otras de las habilidades espaciales.

Además de la orientación espacial, durante las sesiones prácticas, los alumnos estuvieron usando el lenguaje espacial a la hora de describir e interpretar recorridos. En este trabajo no se ha cuantificado la evolución de los alumnos con respeto a esta habilidad de comunicación, pero realmente se ha observado una mejora en las capacidades comunicativas. Destacar también que se ha trabajado interpretación de mapas, planificación y diseño de los mismos, lectura de recorridos en distintos soportes (gráfico, textual…) y realizados por diferentes autores (maestro de Educación Física, compañeros de equipo o contrincantes). La finalidad de las diferentes actividades siempre ha sido interpretar una información, resolver la incógnita o problema planteado y encontrar una solución o varias para el mismo, partiendo siempre del trabajo cooperativo, del protagonismo del alumno y de la responsabilidad compartida para conseguir un objetivo común.

Se puede concluir que usando una propuesta similar se podrían trabajar contenidos matemáticos o de otras áreas experimentales de una forma competencial y a la vez más motivadora para los alumnos.

4.1. Implicaciones didácticas

Concluido el estudio debemos destacar la necesidad de potenciar el uso de metodologías de producción en el aula. Los alumnos están más motivados y aprenden de forma distinta cuando son los protagonistas de sus aprendizajes. Si partimos de una situación problema les estamos obligando a utilizar todas sus competencias para resolverla de manera eficiente y aunque estamos trabajando contenidos concretos de cualquier área curricular lo estamos haciendo partiendo de la globalidad de la enseñanza.

Es importante también comentar que este tipo de sesiones de Educación Física requieren planificación y preparación previa por parte del especialista, es decir, tiempo, y no siempre se dispone. Una buena organización y, en caso que se considere oportuno, la participación o ayuda del alumnado en el proceso, así como una alta motivación en el acto didáctico permitirán mejorar nuestra calidad docente.

En un mundo cada vez más global, la interdisciplinariedad es un concepto clave y factible, solo es cuestión de proponer una adaptación metodológica a nivel de centro e ir animando a los compañeros docentes a dar el paso.

5. BIBLIOGRAFÍA

Bakker, M. (2008). *Spatial ability in primary school: Effects of the tridio learning material*. Master Thesis of Psychology. University of Twente, Enschede.

Blázquez, D. (2013). *Diez competencias docentes para ser mejor profesor de Educación Física: la gestión didáctica de la clase*. Barcelona: INDE.

Bocanegra, C. y Villanueva, A. (2003). Pautas para la elaboración de mapas de orientación de centros escolares y de jardines. *Retos*, 6, 21-25.

Díaz, J. (2010). El desarrollo de la competencia matemática desde la Educación Física. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 23-29.

Hegarty, M. y Waller, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence*, 32, 175-191.

Julià, C. y Antolí, O. (2016). Spatial ability learning through educational robotics. *International Journal of Technology and Design Education*, 26 (2), 185-203.

Keller, J. M. (1987). Development and use of the ARCS model of instructional design. *Journal Instructional Development*, 10 (3), 2-10.

Keller, J. M. (2006). *Development of Two Measures of Learner Motivation* (draft). Tallahasse: Florida State University.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Newcombe, N. (2010). Picture this. Increasing Math and Science Learning by Improving Spatial Thinking. *American Educator*, 29-43.

Sallan, C. (2002). Orientación a pie y en bicicleta. Un medio para trabajar la orientación en el medio natural y al mismo tiempo promocionar la utilización de la bicicleta en la ESO. *Apunts. Educación Física y Deportes*, 69, 96-103.

Sebastiani, E.M. (2003). Reptes de l'Educació Física del S. XXI. *Revista de psicología, ciencias de la Educación Física y del deporte Blanquerna*, 12. 122-129.

Sorby, S.A. (2009). Educational research in developing 3-D spatial skills for engineering students. *International Journal of Science Education*, 31 (3), 459-480.

Sutton, K., Williams A. P. (2007). Spatial cognition and its implications for design, en *Proceedings of IASDR'07: International Association of Societies of Design Research 2007*. Hong Kong (China).

Sutton, K., Heathcote, A. y Bore, M. (2005). Implementing a Web-based measurement of 3-D understanding. Proceedings *of the 19th conference of the Computer-Human Interaction Special Interest Group (CHISIG) of Australia on computer-human interaction: Citizens online; considerations for today and the future* (pp. 1-4). Narrabundah (Australia): CHISIG.

Valero, V., Granero, A., Gómez, M., Padilla, F. y Gutiérrez, H. (2010). Diferentes propuestas para la enseñanza de la orientación a nivel escolar: orientación en el aula de Educación Física, orientación urbana y orientación subacuática. *Apunts. Educación Física y Deportes*, 99, 34-46.

Verner, I. (2004). Robot manipulations: A synergy of visualization, computation and action for spatial instruction. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 213–234.

Zabala, A. (2014). *Métodos para la enseñanza de las competencias*. Barcelona: Graó.

NOTAS

[1] http://www.spatiallearning.org

INFORMACIÓN SOBRE LOS AUTORES

Míriam Segura. Maestra de Educación Primaria especialista en Educación Física, Licenciada en Ciencias de la Actividad Física y el Deporte por la Universidad Ramon Llull (2006) y doctora en Pedagogía por la Universidad Rovira i Virgili (2013). Desde 2009 forma parte del personal docente e investigador del Departamento de Pedagogía de la URV. Actualmente es profesora en comisión de servicios en el Campus Tierras del Ebro e imparte clases de Educación Física y Psicomotricidad en los Grados de Educación Primaria y Educación Infantil. Su investigación se centra en la didáctica de estas áreas y en las actividades físicas en la educación no formal.

✉ miriam.segura@urv.cat

Carme Julià. Licenciada en Matemáticas por la Universidad Politécnica de Cataluña (2002) y doctora en Informática por la Universidad Autónoma de Barcelona (2008). Desde 2008 forma parte del personal docente e investigador del Departamento de Ingeniería Informática y Matemáticas, en la Universidad Rovira y Virgili. Actualmente forma parte del grupo de investigación Didáctica de las Matemáticas y es profesora agregada en el DEIM. Su docencia está centrada en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en los Grados de Educación Primaria y Educación Infantil. Su investigación se centra en la didáctica de las Matemáticas.

✉ carme.julia@urv.cat

Escenas de cine y televisión, un recurso didáctico para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Cinema and television scenes, a didactic resource for the teaching-learning of the mathematics

ALBERTO ZAPATERA
Universidad Cardenal Herrera-CEU

Recibido: 05/12/2017
Aceptado: 18/05/2018

RESUMEN

El cine y la televisión son recursos didácticos muy interesantes para el diseño y el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje. Este trabajo presenta un proyecto para fomentar la utilización de escenas de cine y televisión en las clases de matemáticas, en la que participaron alumnos del Grado de Maestro de Educación Primaria. El proyecto tuvo una gran aceptación por parte de los alumnos, que la consideraron muy motivadora y útil para su futuro profesional. Como resultado del proyecto se creó un "banco de escenas" de películas de cine y series de televisión relacionadas, de forma más o menos explícita, con las matemáticas y se consensuó una lista de recomendaciones para su utilización en las clases de matemáticas.

PALABRAS CLAVES
Enseñanza de las matemáticas, escenas de cine, recurso didáctico, formación profesores

ABSTRACT

Cinema and television are very interesting didactic resources for the design and development of teaching-learning processes. This work presents a project to encourage the use of film and television scenes in the classes of mathematics, in this project participated students of the Degree in Primary Teacher. The project had a great acceptance on the part of the students, who considered it very motivating and useful for their professional future. As a result of the project, a "scene bank" of film and television series related, more or less explicitly, with mathematics was created and list of recommendations were agreed for his utilization in the classes of mathematics.

KEYWORDS
Mathematic Teaching, Movie Scenes, Didactic Resource, Teacher Training

Para citar este artículo: Zapatera, A. (2018). Escenas de cine y televisión, un recurso didáctico para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *EA, Escuela Abierta*, 21, 25-45. doi: 10.29257/EA21.2018.03

1. INTRODUCCIÓN

El cambio metodológico impulsado por las orientaciones del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) supone un nuevo desafío para el profesor, que cede su protagonismo al alumno y pasa de mero transmisor de conocimientos a inductor, mediador y guía. Para hacer posible este cambio los profesores deben utilizar distintas estrategias y metodologías y, en este contexto, se incluye la utilización de todo tipo de recursos, incluidos los audiovisuales.

En una sociedad en la que los estudiantes están sometidos a continuos estímulos audiovisuales, los medios audiovisuales en general, y el cine y la televisión en particular, pueden convertirse en herramientas didácticas muy interesantes. Sin embargo, la utilización en las aulas del cine y de la televisión no es una práctica generalizada debido a la falta de infraestructura de algunos centros, a la insuficiente formación de los profesores o a que su utilización supone un cambio profundo en los modelos de enseñanza (Beltrán-Pellicer, 2015); de esta forma, con frecuencia su utilización queda reducida en algunos centros a la proyección indiscriminada de películas sin ninguna planificación ni conexión con los contenidos a impartir.

Aunque existen pocas investigaciones sobre el uso del cine y la televisión como recurso didáctico, hay numerosas recopilaciones de escenas para utilizar en clase de matemáticas, como las páginas web *Math and the Movies* (Roberts y Roberts, 2014), *Mathematical Fiction Homepage* (Kasman, 2014) o *MMDB of the Mathematical Movi Database* (Polster y Ross, 2008).

En España, divulgadores matemáticos como Sorando (2017) con la página *Matemáticas en el cine y en las series de TV: un recurso para el aula*, el grupo Cinemat (Raga, Muedra y Requena, 2009) con el DVD *Matemáticas de cine* o *Población* (2006) con el libro *Las matemáticas en el cine*, promocionan la utilización de escenas de películas de cine y de series de televisión en las clases de matemáticas.

En esta experiencia, en la que participaron estudiantes para maestro, se proponía fomentar el uso de escenas de películas de cine y series de televisión en el aula de matemáticas; de esta forma, los objetivos de la experiencia, además de motivar a los alumnos participantes, fomentar el trabajo en equipo y generar y consolidar conocimiento matemático, eran:

- Proporcionar a los alumnos del Grado de Maestro de Educación Primaria estrategias y experiencias para utilizar en su futuro profesional.
- Incorporar el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en las clases de matemáticas.
- Elaborar una serie de recomendaciones para la utilización de escenas de cine y televisión en clase de matemáticas.
- Recopilar escenas de cine y televisión con referencias matemáticas para formar “un banco de escenas” (Anexo 1).

2. FUNDAMENTACIÓN

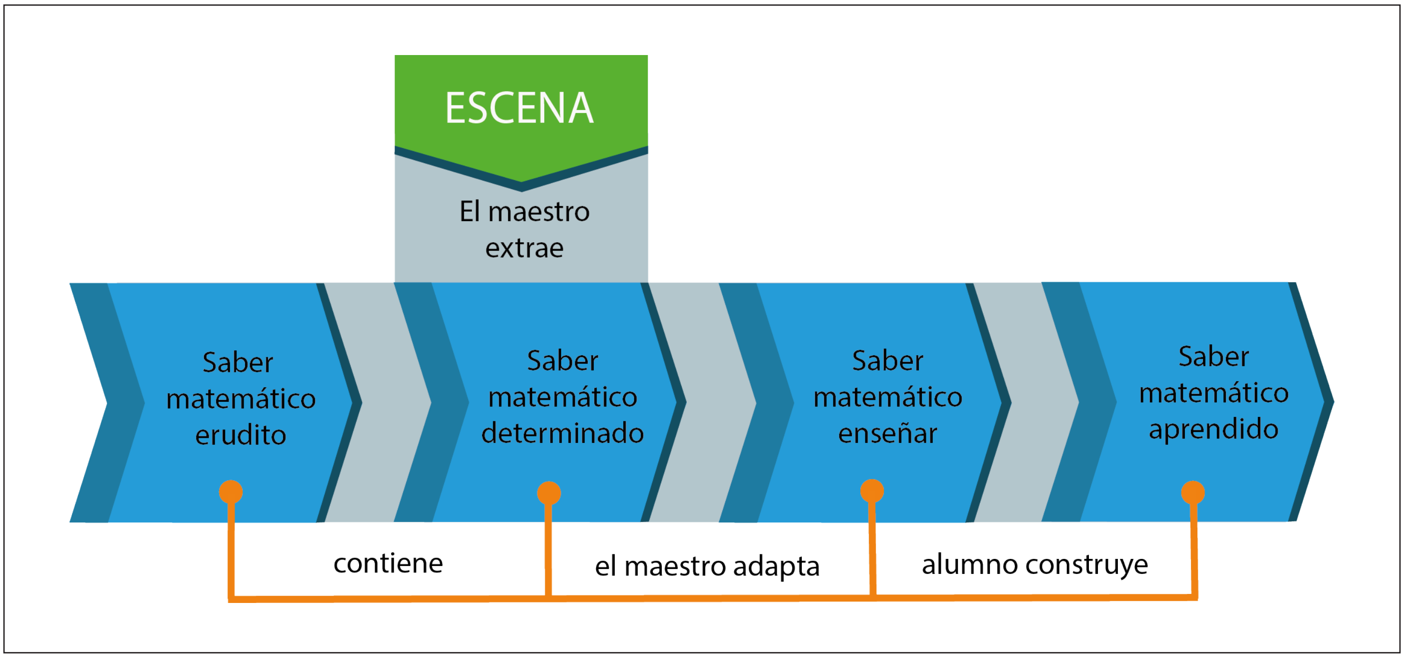
2. 1. Fundamentación didáctica

Numerosas películas de cine y series de televisión contienen una gran cantidad de referencias matemáticas, con una característica especial de cara a su utilización en clase: son a-didácticas; es decir, están concebidas para entretener, por lo que su objetivo no es didáctico. Este carácter de entretenimiento y a-didáctico hace que a los alumnos les resulten más interesantes las películas de cine y series de televisión que documentales didácticos.

Sin embargo, ese carácter a-didáctico de las películas de cine y series de televisión supone un reto para el maestro que, cuando decide utilizar una escena como recurso didáctico en la clase de matemáticas, debe realizar una transposición didáctica (Chevallard, 1985) de la escena seleccionada. En este proceso, el maestro, tras identificar el saber matemático determinado que contiene la escena, que estará entre el saber erudito y el saber a enseñar, adaptará ese saber a las características del contexto para que el alumno construya su propio saber (Figura 1).

Figura 1

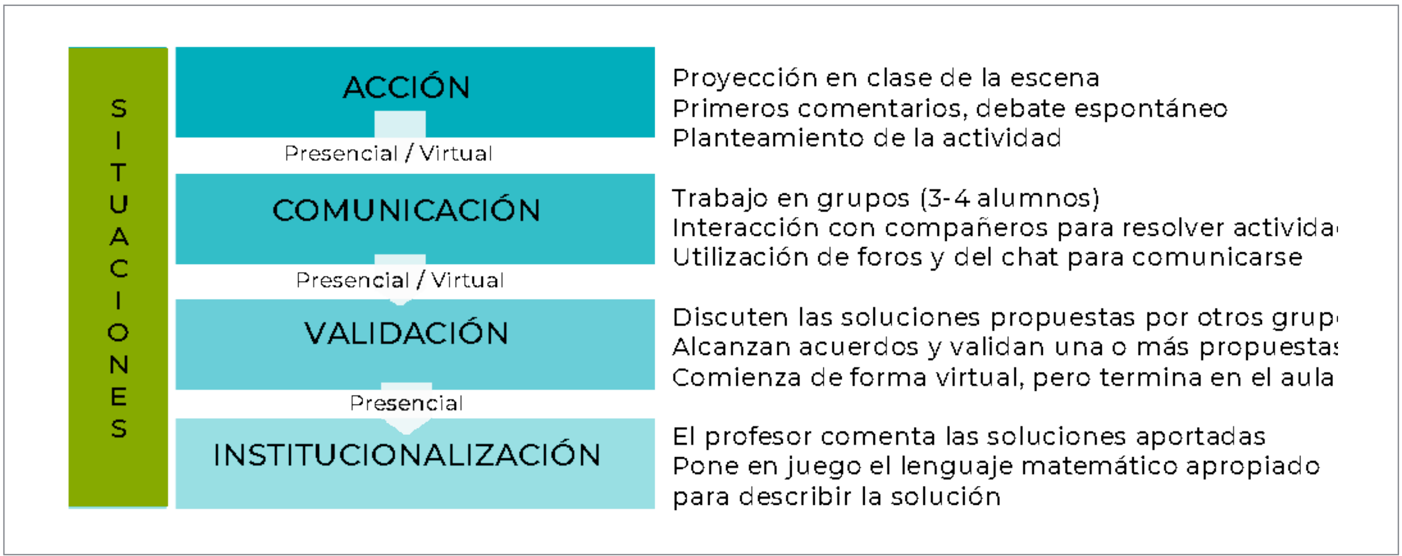
Transposición didáctica



En el proceso de utilización de las escenas como resultado de la transposición didáctica, Beltrán-Pellicer y Asti (2014) proponen un patrón de trabajo que muchos maestros han adaptado en sus experiencias. Este patrón consta de cuatro fases: en la primera fase se proyecta la escena y se plantean las actividades; en la segunda fase los alumnos trabajan en grupos y resuelven las actividades; en la tercera fase se discuten las soluciones propuestas por los grupos; y en la cuarta fase el maestro comenta las soluciones aportadas y describe la solución (Figura 2).

Figura 2

Patrón de trabajo (Adaptada de Beltrán-Pellicer y Asti, 2014)

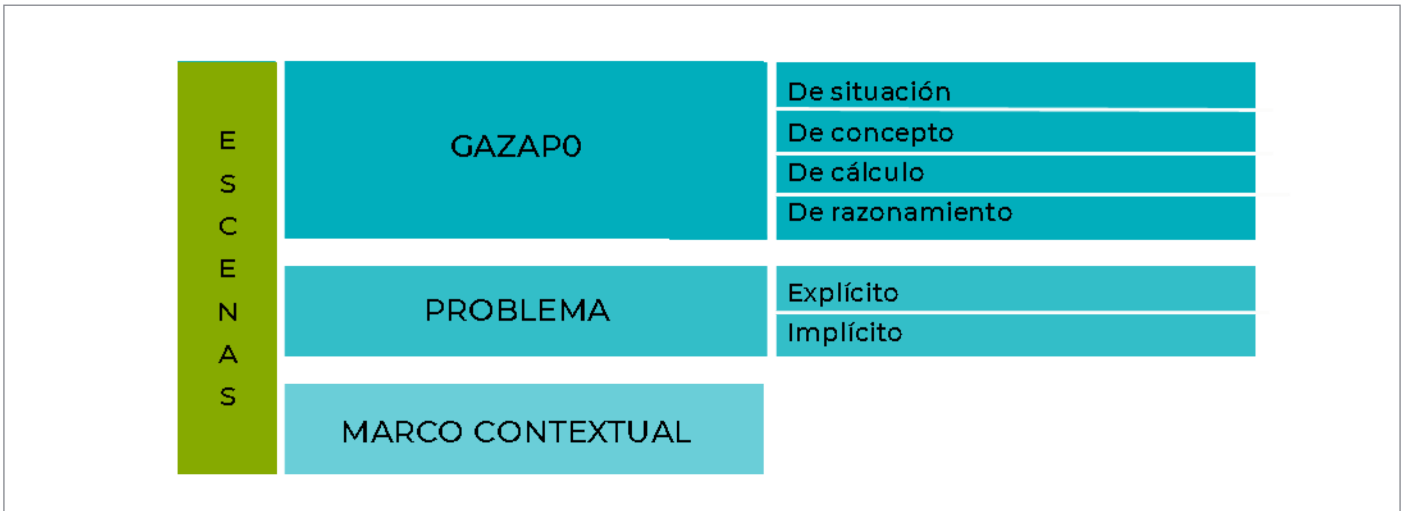


2. 2. Clasificación de escenas

Las escenas de películas de cine o de series de televisión con referencias matemáticas se clasifican en tres grupos: escenas con gazapos o errores matemáticos, escenas que implican la resolución de un problema y escenas que ponen al descubierto un determinado contexto social (Sorando, 2007; Beltrán-Pellicer y Asti, 2014) (Figura 3).

Figura 3

Clasificación de escenas (Adaptada de Sorando, 2007; Beltrán-Pellicer y Asti, 2014)



2.2.1. Escenas con gazapos

Los gazapos, o errores matemáticos, que aparecen en las escenas de películas de cine o de series de televisión pueden ser gazapos de situación, de concepto, de cálculo o de razonamiento.

En los ***gazapos de situación*** el error aparece en objetos que forman parte del escenario, como una pizarra en una clase o un grafiti en una pared. En un capítulo de los Simpson, *Homer al cubo*, Homer pasa de su "mundo plano" a la tercera dimensión donde aparece un gazapo de situación que aparentemente contradice el Último Teorema de Fermat, que afirma que *no existe ningún número entero positivo, n, mayor que 2 que satisfaga la igualdad* $a^n + b^n = c^n$.

En la escena Homer pasea sobre una trama tridimensional y al fondo se observa:

$$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$$

Si se realizan las operaciones con una calculadora de 10 dígitos se obtienen dos expresiones aparentemente iguales:

$$1782^{12} + 1841^{12} = 2{,}541210259\cdot10^{39} \qquad 1922^{12} = 2{,}541210259\cdot10^{39}$$

Pero si se realizan los cálculos con más todas las cifras se obtienen dos cantidades distintas:

$$1782^{12} + 1841^{12} = 2\ 541\ 210\ 25\mathbf{8}\ 614\ 589\ 176\ 288\ 669\ 958\ 142\ 428\ 526\ 657$$

$$1922^{12}= 2\ 541\ 210\ 25\mathbf{9}\ 314\ 801\ 410\ 819\ 278\ 649\ 643\ 651\ 567\ 616$$

Los ***gazapos de concepto*** son errores matemáticos debidos a la falta de comprensión de algún contenido matemático. Una escena de la película *Cortina rasgada*, en la que durante la guerra fría un espía norteamericano intenta contactar con una organización secreta llamada "pi", contiene un gazapo de concepto: un agente de contraespionaje intenta desenmascarar al espía norteamericano y define π de forma incorrecta.

- *Tal vez una letra griega, tal vez π. Matemáticas. π es el radio de la circunferencia de un círculo por su diámetro. ¿No es cierto?*

- *Sí, usted es un hombre muy instruido*

- *Fui a la escuela nocturna. Acudí a una escuela nocturna especial y nos dijeron todo sobre π*

Esta definición de π contiene varios gazapos de concepto al mezclar de forma arbitraria varios términos matemáticos.

Los ***gazapos de cálculo*** son errores en la realización de operaciones y son muy frecuentes en las películas. Muchas veces los gazapos de cálculo se producen de forma inconsciente, como en la película *Sal gorda*, que narra la crisis creativa que un famoso compositor. En la escena seleccionada, el mánager le ofrece una última oportunidad para salvar su carrera y comete un error de cálculo cuando advierte que:

- *Tenéis 47 horas para hacer 10 canciones, es decir, 4 horas y 7 minutos por canción;* eso si no dormís.

Realizando correctamente los cálculos serían 4 horas y 42 minutos por cada canción.

En los ***gazapos de razonamiento*** los protagonistas realizan razonamientos matemáticos de forma errónea. En la película *Stargate,* un científico que trabaja para el ejército asocia los 7 símbolos encontrados en unas excavaciones con localizadores que marcan una ruta en el espacio.

- *Siete puntos que trazan una ruta hacia un lugar determinado; para encontrar el destino en cualquier espacio tridimensional necesitamos 6 puntos que determinen una localización exacta* (dibuja un punto en cada una de las caras de un cubo y los une de dos en dos marcando la intersección de los tres segmentos)

- *Ha dicho que necesitaba 7 puntos*

- *Bueno, no, 6 para el destino, pero para trazar una ruta se necesita un punto de origen* (dibuja otro punto en el exterior del cubo y lo une con el marcado anteriormente).

El razonamiento que sigue el científico parece adecuado, pero… ¡para localizar cualquier punto en un espacio tridimensional solo se necesitan tres coordenadas!

2.2.2. Escenas con problemas matemáticos

Algunas escenas plantean problemas matemáticos, entendidos en este caso como ejercicios en los que se describen situaciones tomadas de la vida real. En algunas escenas los problemas se plantean de forma explícita, mientras que en otras se plantean de forma implícita y el profesor debe explicitarlos.

Un ***problema explícito*** se presenta en la película *El florido pensil,* que recrea el sistema educativo de la posguerra española. En la escena se plantea el siguiente problema: *"En un cesto hay 36584 huevos, ¿cuántos pares de huevos contiene?"*. Varios alumnos contestan que 18292 pares de huevos, hasta que un alumno hace uso del sentido común y pone en evidencia lo absurdo que resultan muchos problemas que se plantean en las clases de matemáticas.

- *Es imposible, por los huevos de abajo*

- ¿Qué es eso de los huevos de abajo?

- *Pues eso, que 38584 huevos son muchísimos huevos y no hay cesto para tantos huevos, y si los hubiera, los de abajo se aplastarían. ¡Buf, qué asco! ¡Todo el cesto chorreando de huevos aplastados! ¡Qué horror!*

Un ***problema implícito*** aparece en la película *La fórmula preferida del profesor* que narra cómo un profesor que, a consecuencia de un accidente tenía una memoria limitada a los 80 últimos minutos, inculcó su amor por las matemáticas a un niño. En la escena unos alumnos comentan el valor del número π.

- *π es igual a 3,141592653*

- *¡Qué lástima! ¿Por qué no lo dejarían en 3?*

- *Si lo dejas en 3, te saldría un hexágono en lugar de un círculo*

El profesor debe explicitar el problema, por ejemplo de la siguiente forma:

Si el valor de π fuera 3, ¿cuánto mediría la longitud de una circunferencia en función de su radio? ¿Y el área del círculo? ¿Cuánto mide el perímetro del hexágono regular inscrito en la misma circunferencia? ¿Y su área? Compara los resultados"

ISSN 2603-588X

2.2.3. Escenas que muestran un marco contextual

Con frecuencia el gazapo o el problema matemático que presenta una escena solo es un pretexto para poner en evidencia un determinado aspecto de la sociedad. En *La vida es bella*, un judío italiano emplea la imaginación para proteger a su pequeño hijo de los horrores de un campo de concentración nazi. En la escena seleccionada la directora de una escuela plantea un problema, aparentemente matemático, que descubre una sociedad sometida al nazismo.

- *En el tercer grado, ¡fijaos qué problema les pusieron! Me acuerdo porque me impresionó: "Un demente cuesta al estado 4 marcos diarios, un mutilado 4 marcos y medio, un epiléptico 3 marcos y medio. Visto que la cuota media es de 4 marcos diarios y que los pacientes son 300.000, ¿cuánto se ahorraría el Estado si estos individuos fueran eliminados, suprimidos?"*

- *¡Dios mío, no es posible!*

- *Ésa es la reacción que tuve yo, Dora: ¡Dios mío, no es posible! No es posible que un pequeño de 7 años resuelva un problema de este género. Es un cálculo complejo, con proporciones, con porcentajes. Se requieren unas nociones mínimas de álgebra; es un problema de Escuela Superior.*

3. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

3.1. Participantes

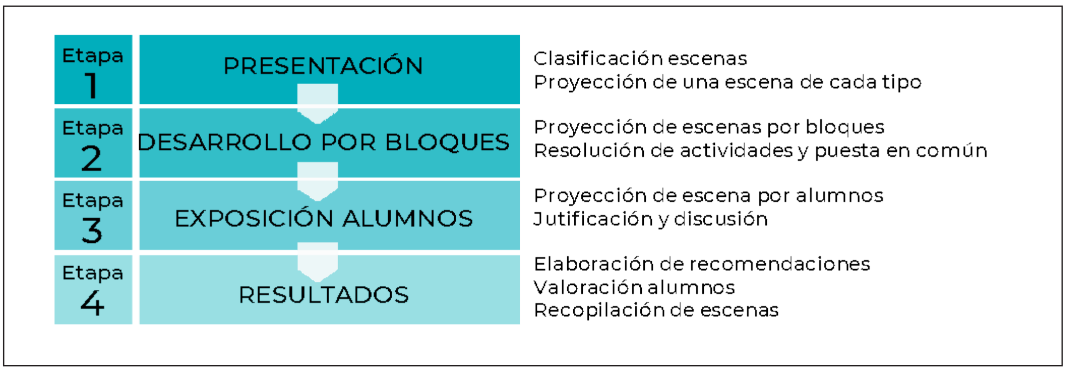
En la experiencia participaron 45 estudiantes para maestro de la asignatura "Aprendizaje y Didáctica de las Matemáticas en Educación Primaria" del 3º curso del Grado de Maestro de Educación Primaria. Para la realización de las actividades se dividieron en 11 grupos de 3, 4 o 5 estudiantes.

3.2. Etapas

La experiencia se desarrolló en cuatro etapas (Figura 4) durante el segundo cuatrimestre del curso 2016-17.

Figura 4

Etapas del proyecto



3.2.1. Etapa 1. Presentación de la experiencia

En la primera etapa se informó a los alumnos sobre el desarrollo de la experiencia y sus objetivos, se mostró la clasificación de escenas y se proyectó y comentó una escena de cada uno de los tipos.

3.2.2. Etapa 2: Desarrollo del proyecto por bloques

En la segunda etapa, el profesor seleccionó y proyectó una escena con referencias matemáticas de cada bloque de la asignatura "Aprendizaje y Didáctica de las Matemáticas", que se corresponden aproximadamente con los bloques del currículo de Matemáticas de Educación Primaria (R.D. 126/2014) (Tabla 1).

Tabla 1

Bloques de la asignatura y del currículo de Primaria

Bloque	"Aprendizaje y Didáctica de las Matemáticas"	Currículo Primaria
1	La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria	Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
2	Números y operaciones y su didáctica en Educación Primaria	Números
3	La medida: estimación y cálculo y su didáctica en Educación Primaria	Medida
4	Geometría y su didáctica en Educación Primaria	Geometría
5	Tratamiento de la información, azar y probabilidad y su didáctica en Educación Primaria	Estadística y probabilidad

Las escenas seleccionadas se usaron como presentación, motivación e hilo conductor de cada bloque. Después de la proyección, los alumnos debatieron por grupos reducidos la escena, realizaron las actividades de la tabla 2 y, posteriormente, se realizó la puesta en común.

Tabla 2

Actividades de cada bloque

Bloque	Actividad
1	Expresa tu opinión sobre la escena
2	Explica algún detalle de la escena que te haya llamado la atención
3	Una actividad específica sobre algún aspecto concreto de la escena
4	Busca alguna escena de películas o series de televisión relacionadas con el bloque y explícalas brevemente

ISSN 2603-588X

Para realizar la cuarta actividad de cada bloque los grupos de alumnos realizaron una búsqueda libre según sus propios criterios y medios durante dos semanas por bloque.

Bloque 1. La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en E. P.

En este bloque se proyectó el cortometraje *3 minutos y 14 segundos* realizado por un grupo de estudiantes de Comunicación Audiovisual de la Universidad Autónoma de Barcelona para celebrar el centenario de la Real Sociedad Matemática Española, que muestra los aspectos más cotidianos del día a día de una adolescente con un denominador común: las matemáticas.

> *Los números son los que te despiertan cada mañana aunque no quieras despertar. Son los que te recuerdan que llegas tarde al autobús. Son tu nómina, tus facturas, tus preocupaciones. Son una cita, tu alquiler, son tu moneda. Son la distancia recorrida y también la que queda por recorrer. Son la temperatura de un día soleado. Son el ritmo de la vida. Son la simetría de una flor, son las ondas de tu pelo. Son el peso de una manzana [...]. Las matemáticas nos rodean, están ahí, aunque no las vea; igual que la vida los números nos presentan dificultades pero también nos enseñan que no existe un problema sin solución. La vida son matemáticas: vive y vívelas.*

A la mayoría de los alumnos el cortometraje les pareció muy interesante al mostrar la gran cantidad de aspectos de la vida diaria en la que intervienen las matemáticas.

Los grupos destacaron diferentes aspectos del cortometraje que muestran cómo las matemáticas no solo están en las clases y describieron y comentaron muchos aspectos matemáticos de la vida diaria que no aparecían en el cortometraje.

Los estudiantes localizaron y clasificaron 24 escenas relacionadas con este bloque.

Bloque 2. Números y operaciones y su didáctica en E. P.

La escena seleccionada se titula *Una clase de matemáticas* y pertenece al show de Abbott y Costello, un dúo cómico muy popular en EEUU que rodaron en 1952 una serie de televisión sobre la vida de dos parados. En la escena Costello intenta engañar a su casero para pagarle solo 28 dólares por el alquiler de 13 semanas a 7 dólares la semana. Para ello Costello demuestra que 13 x 7 es igual a 28 de tres maneras distintas: haciendo la división 28/7, multiplicando 13 x 7 y sumando directamente 7 veces 13. La fuente de confusión está en ignorar el valor posicional de las cifras, mezclando decenas con unidades.

- *Escribo el 7 y luego voy a dividir 28 entre 7 y escribo 28 aquí. Procedamos: 2 dividido entre 7 [...] pondré el 2 aquí y 21 entre 7 a 3, así que pondré 3 aquí, así que 28 entre 7 es 13*
- *Pongo el 13, ahora por 7, 7 multiplicado por 13 deberá dar 28, ¿cuántos son 7 por 3? 21, ¿cuántos son 7 por 1? 7, ¿7 más 1? 8 y el 2 que tenemos aquí, 28.*
- *¿Quiere que escriba 7 veces el 13? Aquí está: 3, 6, 9, 12, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 y 28*

A todos les pareció muy divertida la escena y muchos señalaron la importancia de las matemáticas para no ser engañados.

Los grupos indicaron detalles muy diversos de la escena, desde la ingenuidad del casero a la astucia del inquilino, pero apenas mencionaron aspectos matemáticos.

Todos los grupos comentaron que los errores se deben al orden, a la posición de las cifras y alguno mencionó que mezcla unidades y decenas, centrándose más en la suma y en la multiplicación que en la división.

Los estudiantes localizaron 57 escenas relacionadas con el tema.

Bloque 3. La medida: estimación y cálculo y su didáctica en E. P.

La escena proyectada pertenece a la película *Factotum*, basada en la vida del escritor estadounidense Charles Bukowski, adicto al alcohol y a las apuestas. En la escena, el protagonista realiza unos cálculos para saber la hora con un reloj que adelanta 35 minutos cada hora… ¡con gazapo incluido!

- *¡Eh, quiero saber qué hora es! Dijiste que arreglarías el reloj.*

- *Vale, vamos a ver... Pusimos el reloj en hora, con la tele, anoche a las 12. Sabemos que adelanta 35 minutos cada hora. Marca las 7 y media de la tarde. pero sabemos que no puede ser, porque apenas ha oscurecido. Vale. Son 7 horas y media, 7 veces 35 minutos, son 245 minutos, la mitad de 35 son 17 y medio, eso hacen 252 minutos y medio. Bien, entonces restamos 4 horas y 42 minutos y medio, o sea que hay que retrasar el reloj a las 5 y 47. Eso es. Son las 5 y 47. La hora de cenar y no tenemos nada que comer.*

La mayoría opinó que la escena no aporta nada a la película ya que, dicen, se trata simplemente de unos cálculos que no tienen demasiado sentido y que están mal realizados; algunos señalaron el ambiente degradante en el que se mueve el protagonista y pocos se centraron en aspectos matemáticos.

Una forma de resolver el problema sería aplicando la constante de proporcionalidad entre los minutos que marca el reloj y los minutos reales ($k = 95/60$). De esta manera la hora exacta sería las 12:18:57, muy lejos de las 05:47 que dice el protagonista. Aunque reconocen que el protagonista no ha planteado bien el problema y que realiza mal las operaciones, pocos grupos fueron capaces de aplicar el razonamiento proporcional a partir de la constante y, además, cometieron errores como considerar solo 7 horas y media y no 19 y media o equivocarse al transformar los minutos en horas y minutos.

Se localizaron 10 escenas en este bloque.

Bloque 4. Geometría y su didáctica en Educación Primaria

La escena seleccionada pertenece al capítulo *Springfield próspero* de la serie de los Simpson, que narra la vida de una familia americana en un pueblo ficticio llamado Springfield. Tres guionistas de la serie son matemáticos, por lo que la serie tiene numerosas alusiones matemáticas. En la escena, Homer encuentra en los aseos las gafas del Secretario de Estado, Kissinger, se las pone y recita el Teorema de Pitágoras.

- *¡Esto no se ve en un excusado todos los días! ¿Alguien perdió sus anteojos? ¿Nadie? ¡Uf!* (se pone las gafas). *La suma de las raíces cuadradas de dos lados de un triángulo isósceles es igual a la raíz cuadrada del lado restante*

- *Eso es el equilátero, ¡idiota!*

Aunque los alumnos han visto muchos capítulos de la serie, reconocieron que no se habían fijado en las continuas referencias matemáticas que contiene.

La mayoría de los grupos, en relación a la escena proyectada, señalaron la relación muy extendida entre gafas e inteligencia.

Todos los grupos señalaron los errores cometidos por Homer al enunciar el Teorema de Pitágoras, centrando sus observaciones en los fallos cometidos: isósceles en lugar de rectángulos y el enredo entre raíces y cuadrados.

Se localizaron 22 escenas en el bloque de geometría.

Bloque 5. Tratamiento de la información, azar y probabilidad y su didáctica en E. P.

La escena estudiada pertenece a la película *Black Jack,* en la que el protagonista, para poder pagar la matrícula de la universidad, se une a un grupo de estudiantes que, con su profesor de matemáticas, consigue grandes ganancias jugando al black-jack. En la escena, el profesor de matemáticas presenta en clase el conocido problema de Monty Hall, basado en un concurso de televisión, que en su momento desencadenó un interesante debate entre matemáticos.

> *Te ofrecen elegir entre tres puertas distintas, ¿de acuerdo? A ver, tras una de estas puertas hay un coche nuevo, tras las otras, dos cabras. ¿Qué puerta escogerías, Ben?*
>
> *¿La uno?*
>
> *La uno. Ben escoge la puerta uno. Ahora el presentador, que por cierto sabe lo que hay detrás de todas las puertas decide abrir otra puerta, digamos que elige la número tres, tras la cual aparece ¡una cabra!. Y ahora, Ben, el presentador va y te dice, "Ben, sigues con la puerta uno o la cambias por la dos?" ¿Te interesa cambiar de puerta?*
>
> *[...] La mayoría no cambiará de puerta por paranoia, miedo, emociones...*

Varios grupos no acabaron de entender la explicación del concurso y opinan que al quedar dos puertas, cada una tiene un 50% de probabilidad de contener el coche. Incluso después de estudiar varias resoluciones diferentes, algunos estudiantes seguían sin entender por qué es preferible cambiar de puerta.

Aunque a algunos grupos les ha llamado la atención ciertos términos matemáticos y la disyuntiva entre "matemáticas y emociones", la mayoría se ha centrado en aspectos más superficiales como la pizarra o la disposición de los alumnos.

Se localizaron y clasificaron 16 escenas de este bloque.

3.2.3. Etapa 3: Exposición de alumnos

En la tercera etapa, los 11 grupos de alumnos localizaron escenas relacionadas con un tema matemático propuesto por el profesor; después, en el aula, presentaron, proyectaron y justificaron una de las escenas a sus compañeros de clase y moderaron el correspondiente debate.

A continuación se muestran y comentan brevemente las escenas presentadas por los distintos grupos.

Grupo 1. Importancia de las matemáticas en la vida

El grupo 1 presentó una escena del cortometraje *Binta y la gran idea* que muestra la injusticia en la sociedad y la necesidad de asistir a la escuela. En la escena Binta, una niña senegalesa de 7 años, narra cómo un comerciante desaprensivo engaña a su tía.

Falu es mi tía, la madre de Soda. Cuando no está enferma ella trabaja recogiendo fruta que vende a los comerciantes que vienen de la ciudad
- Vamos a ver lo que tiene aquí. ¿Solo tienes estas naranjas?¿A cuánto el kilo?
- A 400
- [...] Te doy 200
- ¿200?
- Depende de los kilos
- Tengo dos cubos
- ¿De 10 kilos cada uno?
- Eso es
- O sea, 8 kilos en total. Asís es que son 8 kilos a 200... Te voy a dar 1100, ¡eso es lo justo! Mira, te doy dos billetes de 400 para no dejarte sin cambio.
Mi tía nunca fue a la escuela

Grupo 2. Números naturales

La película *Midiendo el mundo*, que se desarrolla en la Alemania del siglo XIX, narra la vida de dos científicos alemanes: el matemático Gauss y el geógrafo y naturalista Humboldt. En la escena el maestro castiga a los alumnos a sumar los números naturales del 1 al 100; el niño Gauss, con 9 años, consigue sumarlos rápidamente.

- ¿De dónde ha sacado esto?
- Bueno, nos ha pedido que sumáramos todos los números del 1 al 100. 1 más 100 da 101, 2 más 99 da 101, 3 más 98 da 101... ¡siempre da 101! Y eso se puede hacer 50 veces y 50 por 101 da 5050.
- Gauss, ¡al rincón! En silencio y te quedas hasta el final.

Grupo 3. Fracciones

En *Granujas de medio pelo* cuatro ladrones planean robar un banco cavando un túnel desde una tienda de galletas hasta un banco. En la escena discuten cómo repartirse el botín entre ellos cuatro y la vendedora de galletas.

- Bueno, ¿sabéis qué? Que (Frenchy) cobre una parte, pero no una parte entera.
- ¿Qué tal si todos cobramos un cuarto y ella, digamos, un tercio?
- ¡Tú estás chinao! Entonces cobraría más que nosotros.
- ¿Cómo lo sabes?
- Además, ¿de dónde sacas cuatro cuartos y un tercio? ¿No sabes sumar?
- Mira, yo en quebrados no me meto, ¿vale?

Grupo 4. Potencias y raíces

En la película *Cadena de favores,* el profesor de sociales propone a sus alumnos que piensen una idea para hacer del mundo un sitio mejor. A Trevor, un niño de 11 años, se le ocurre hacer tres favores y que los beneficiados hagan otros tres favores a otras tres personas y así sucesivamente creando una cadena de favores.

- *Piensa una idea para cambiar el mundo y ponla en acción*
- *[...]*
- *Soy yo y son tres personas. Y yo voy a ayudarlas, pero tiene que ser con algo grande, con algo que no puedan hacer solas. Lo haré por ellas y ellas lo harán por otras tres. Son nueve y yo hago tres más.*

Grupo 5. Proporcionalidad y porcentajes

En una escena del *El bazar de las sorpresas,* un vendedor ofrece un interesante descuento a una clienta… ¡con gazapo incluido!

- *¿Cree que sería posible obtener un pequeño descuento?*
- *¡Oh, sí! Estamos en plenas rebajas de verano y todo tiene un 25% de descuento. Aquí tenemos, por ejemplo, esta polvera: su precio real es 3,90, pero puede adquirirla gracias al descuento por 2,24.*
- *¿De verdad? ¡Es una oferta maravillosa!*

Grupo 6. Masa y peso

En *Yo hice a Roque III*, el dueño de un gimnasio entrena a un amigo boxeador. En la escena los protagonistas se hacen un lío al pasar a kilogramos las 135 libras que pesa Roque.

- *¿Qué pasa? ¿He adelgazado mucho?*
- *No sé, aquí pone 135*
- *¿Kilos? ¿Cómo voy a pesar 135 kilos?*
- *No son kilos, son libras, es que esta báscula es inglesa*
- *¡Ah! ¿Y cuántos kilos son 135 libras?*
- *Espera que ahora viene Paco con la calculadora.*

Grupo 7. Capacidad y volumen

En *La jungla de cristal 3* un policía y un electricista deberán superar una serie de pruebas para desactivar las bombas que un terrorista está colocando por la ciudad. Una de las pruebas es el conocido problema de las garrafas.

- *Debe haber dos garrafas en la fuente, una de 5 galones y otra de 3 galones. Llene una de ellas con 4 galones justos de agua y póngala sobre la báscula y el contador (de la bomba) se apagará. Sea exacto: una onza de más o de menos provocará la detonación. Si sigue vivo dentro de 5 minutos, volveremos a hablar*
- *¡Espere!, ¡espere! [...]*
- *¡Lo tengo!, ¡lo tengo! Aquí hay 2 galones justos (señala la garrafa de 3) ¿no?, lo cual deja un galón exacto de espacio libre ¿verdad'. Esta (señala la garrafa de 5) se llena con 5 galones, ¿no? Pasas 1 galón de los 5 a esta y nos quedan ¡4galones!*

Grupo 8. Geometría plana

En *Las diabólicas,* el director de un internado convive con su esposa y su amante; las dos mujeres, cansadas de sufrir los malos tratos del hombre, deciden acabar con él. La atmósfera obsesiva de la escena, que refleja la angustia de la profesora, deja en un segundo término la tarea matemática: la superficie del hexágono regular inscrito en una circunferencia.

- *¿Qué les pasa? ¿Por qué me miran todos? ¿Qué tengo? Continúe, superficie del hexágono conociendo el radio de la circunferencia. Vamos, estoy esperando. Estoy esperando*
- *6 AB (lado del hexágono) por OH (radio de la circunferencia) partido por 2*
- *Gracias, muy bien, vuelva a su sitio*

Grupo 9. Geometría espacial

En el capítulo de los Simpson *Las chicas solo quieren sumar,* Lisa quiere resolver problemas y realizar cálculos como hacen los chicos y se rebela contra la separación por género que le impide aprender matemáticas. En la escena el maestro pide a los alumnos hallar el volumen de un muñeco de nieve formado por tres esferas… ¡y una zanahoria!

- *Ahora niños, ¿quién puede decirme el volumen de este muñeco de nieve? ¿Alguien?*
- *Solo añada el volumen de las esferas, sabemos los radios*
- *Olvidó el volumen de la nariz de zanahoria: un tercio de la base por su altura. ¡Oh, matemáticas! ¡Las extrañaba!*

Grupo 10. Estadística

En *Ciudad mágica*, una empresa que se dedica a los sondeos electorales está al borde de la bancarrota, descubre por casualidad que los resultados que se obtienen en una pequeña ciudad son exactamente iguales a los que se obtienen en todos los Estados Unidos. Este descubrimiento le permitirá ofrecer sondeos muy fiables con un pequeño coste y una alta fiabilidad.

- *Schinger encuestó a miles de personas de todo el país y Hupendecker solo encuestó a unas pocas de un pequeño pueblo. Mira los resultados, fíjate, 69 y 69. ¡Son idénticos! Estoy seguro, esta podría ser la solución. Escucha, piensa en esto: un pueblo que piensa exactamente igual que toda una nación junta.*
- *Tú estás hablando de una utopía*

Grupo 11. Probabilidad

En *Justi&cia,* un parado y un pensionista, cansados de la situación social provocada por la crisis económica, deciden convertirse en justicieros. En la escena interrogan a un político al que le ha tocado siete veces la lotería. La escena incluye un gazapo de cálculo… o de razonamiento.

- *Te compras un décimo de la lotería nacional y como toca siempre... ¿Cuántas veces dices que te ha tocado la lotería? ¿cuántas? ¡Siete!, ¿siete? Joder, te has comido al calvo de la lotería de navidad. ¿Sabes cuál es la probabilidad de que te toque el gordo? Una entre 16 millones, ¡16 millones!... que multiplicado por 7, eso hace...!un cojón!*

3.2.4. Etapa 4: Resultados

En esta etapa, y después de las proyecciones y exposiciones de los alumnos, se estableció un debate sobre la experiencia y se consensuaron las siguientes recomendaciones para utilizar escenas de películas de cine y de series de televisión en clase de matemáticas:

1. Utilizar escenas de corta duración donde se concentren las referencias matemáticas. (Las películas completas son muy largas, se necesitarían dos o más sesiones y se dispersaría la atención del alumno).
2. Seleccionar las escenas y actividades en función del conocimiento matemático de los alumnos
3. Programar los objetivos y la forma de conseguirlos: motivar al inicio de un tema, repasar al final del tema, apoyar o reforzar un determinado concepto, proponer problemas, localizar gazapos…
4. Antes de la proyección de la escena presentar un breve resumen del argumento de la película.
5. Después del visionado proponer a los alumnos actividades verbales y escritas para conseguir el objetivo propuesto.

Al final del proyecto se pasó a los alumnos una encuesta para que valoraran el proyecto y su utilización en su futuro profesional. En la encuesta debían valorar, en una escala de 1 a 4, el interés, la eficacia, la conveniencia de extenderlo a otras asignaturas y la utilidad del proyecto en su futuro profesional (Figura 5).

Figura 5

Encuesta de valoración del proyecto

ENCUESTA DE VALORACIÓN DEL PROYECTO

1. Clasifica el interés del proyecto
   ☐ Sin interés ☐ Poco interés ☐ Interesante ☐ Muy interesante
2. Califica la eficacia del proyecto
   ☐ Ineficaz ☐ Poco eficaz ☐ Eficaz ☐ Muy eficaz
3. ¿Crees que sería conveniente extender el proyecto a otras asignaturas?
   ☐ No conveniente ☐ Poco conveniente ☐ Conveniente ☐ Muy conveniente
4. ¿Cres que el proyecto puede serte útil en tu futuro profesional?
   ☐ Inútil ☐ Poco útil ☐ Útil ☐ Muy útil

Escribe las observaciones que creas conveniente:

Los resultados obtenidos (Tabla 3) muestran una valoración de 3’69 sobre 4. Casi la totalidad de los alumnos calificaron como alto y muy alto los cuatro aspectos considerados, siendo el mejor valorado la utilidad en el futuro.

Tabla 3

Resultados de la encuesta de valoración

	1	2	3	4	Media
Interés			11	34	3’76
Eficacia			15	30	3’67
Otras asignaturas		1	19	25	3’53
Utilidad en el futuro			9	36	3’80
Total		1	54	125	3’69

Con todas las escenas proyectadas y otras más localizadas por los alumnos a lo largo de la experiencia se creó un “banco” con 125 escenas de películas de cine y de series de televisión con referencias matemáticas (Anexo 1).

5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Al programar esta experiencia para utilizar las escenas de cine y televisión como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de matemáticas, además de motivar a los alumnos, fomentar el trabajo en equipo y generar y consolidar conocimiento matemático, se fijaron cuatro objetivos: (1) proporcionar nuevas estrategias y experiencias a los alumnos para su futuro profesional, (2) incorporar el uso de las TIC en la clase de matemáticas, (3) elaborar recomendaciones para utilizar las escenas en clase y (4) formar “un banco de escenas”.

Tal y como se comprobó en la encuesta de valoración, los alumnos mostraron un interés y una motivación muy altos durante todo el proyecto; este interés se plasmó en una alta participación e implicación de los alumnos en todas las actividades programadas.

Se fomentó el trabajo en equipo ya que gran parte de este proyecto se realizó en grupos reducidos de alumnos que resolvieron las actividades planteadas y debatieron entre ellos para consensuar la escena a presentar a los compañeros.

Con esta experiencia los alumnos generaron y consolidaron su propio conocimiento matemático: en la selección de escenas debían identificar elementos, conceptos y problemas matemáticos y en la exposición debían presentar, explicar, justificar y argumentar la escena en clase.

La puntuación más alta en la encuesta fue la utilidad para su futuro profesional, con un 3’80 sobre 4; esta valoración nos hace pensar que los participantes utilizarán esta experiencia en sus clases, por lo que consideramos que se ha conseguido el primer objetivo, es decir, proporcionar nuevas estrategias y experiencias a los alumnos para su futuro profesional.

Para localizar las escenas usaron internet y en clase utilizaron el ordenador y el proyector para exponer a los compañeros las escenas preparadas. De esta manera se consiguió el segundo objetivo: incorporar el uso de las TIC en clase de matemáticas.

Los participantes debatieron extensamente la experiencia y consensuaron unas recomendaciones para facilitar la utilización de escenas en clase de matemáticas, que pueden resultarles de gran utilidad en su futuro profesional. Con ello se cumplió el tercer objetivo: elaborar unas recomendaciones para la utilización de las escenas.

El interés y la participación de los participantes permitieron recopilar y clasificar por su contenido matemático 125 escenas de películas de cine o series de televisión relacionadas, de forma más o menos explícita, con las matemáticas. De esta manera se cumplió también el objetivo de crear un "banco de escenas" con referencias matemáticas.

Aunque esta experiencia se ha llevado a cabo en una asignatura de Didáctica de las Matemáticas, un aspecto muy interesante, y que ha sido altamente valorado por los participantes, es la posibilidad de extenderla a otras asignaturas. Nuestro deseo es que esta experiencia tenga una continuación en próximos cursos, se extienda a otras asignaturas y, especialmente, que sirva de referencia para nuestros alumnos en su futuro profesional.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beltrán-Pellicer, P. (2015). *Series y largometrajes como recurso didáctico en Matemáticas en Educación Secundaria*. (Tesis Doctoral), Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED).

Beltrán-Pellicer, P. y Asti, A. (2014). Utilización didáctica del cine en Matemáticas. *Enseñanza & Teaching, 32*(2), 123. DOI: http://dx.doi.org/10.14201/et2014321123145

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique* (Vol. 95). Grenoble, Francia : La Pensée Sauvage.

Kasman, A. (2014). Mathematical Fiction Homepage. Recuperado de http://kasmana.people.cofc.edu/MATHFICT/

Población Sáez, A. J. (2006). *Las Matemáticas en el Cine*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.

Polster, B. y Ross, M. (2008). *MMDB The Mathematical Movie Database*. Recuperado de http://www.qedcat.com/moviemath/index.html

Raga, M. C., Muedra, A. y Requena, J. (2009). *Matemáticas de cine*. Valencia: Generalitat Valenciana Conselleria d'Educació.

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 01 de marzo de 2014, núm. 52, p. 19388-19393.

Roberts, F. y Roberts, D. (2014). Math and the Movies! Recuperado de http://mathbits.com/MathBits/MathMovies/MathMovies.htm

Sorando Muzás, J. M. (2007). Gazapos matemáticos en el cine y en la televisión. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, 55*, 117-125

Sorando Muzás, J. M. (2017). Matemáticas en tu mundo: matemáticas en el cine y en las series de TV: un recurso para el aula. Recuperado de http://matematicasmundo.ftp.catedu.es/CINE/cine.htm

ANEXO I. BANCO DE ESCENAS

BLOQUE 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS		
1.1. Las matemáticas en la vida diaria		
1	3 minutos y 14 segundos)	https://www.youtube.com/watch?v=oWNh1yIzXSs
2	3 x 3	https://www.youtube.com/watch?v=hk9QRPlbxuo&feature=youtu.be
3	El apartamento (1:20-2:40)	http://www.dailymotion.com/video/xvg6hj_el-apartamento-1960_shortfilms
4	El manantial de las colinas	https://vimeo.com/38734536
5	Más extraño que la ficción	https://vimeo.com/86497480
6	Moneyball	https://vimeo.com/45393628
7	Pipas	https://www.youtube.com/watch?v=H1v-bCyeIR4
1.2. Clases de matemáticas en distintas épocas		
8	Calabuch	https://www.youtube.com/watch?v=ytVaJDmaTk4
9	Cinema Paradiso	https://vimeo.com/28243492
10	El enigma de Kaspar Hauser	https://www.youtube.com/watch?v=CuCiWjgpqSQ
11	El florido pensil	https://www.youtube.com/watch?v=eWqpgiokb0Y
12	Escuela de rock	https://www.youtube.com/watch?v=Ux7F8dYYK1A
13	Los chicos del coro	https://vimeo.com/36841265
14	Matilda	https://www.youtube.com/watch?v=-knyam2y_v4
15	Qué verde era mi valle	https://www.youtube.com/watch?v=bm6nPOboAx4
16	Valentina	https://www.youtube.com/watch?v=iUo2ZOPcT2c
1.3. Escenas que muestran un contexto social		
17	2 + 2 = 5	https://www.youtube.com/watch?v=MjPQUJTyXFQ
18	Binta y la gran idea	https://www.youtube.com/watch?v=rXDRYX8ECgA
19	Brubaker	https://vimeo.com/15523013
20	Con ganas de triunfar	https://www.youtube.com/watch?v=9c-Gf7sDoMk
21	Espías desde el cielo	https://vimeo.com/177527408 https://vimeo.com/177527423
22	If	https://www.youtube.com/watch?v=_haMUQH1zLc
23	La vida es bella	https://www.youtube.com/watch?v=49pjtXcFDlk
24	Sufragistas	https://www.youtube.com/watch?v=-E14JHfxu2I
BLOQUE 2. NÚMEROS		
2.1. Números naturales		
25	Descifrando Enigma (15:20-16:30)	https://www.youtube.com/watch?v=3LVCS9bmOks
26	El Chavo del 8	https://www.youtube.com/watch?v=bPz5JAyoX5g
27	El hombre que copiaba	https://www.youtube.com/watch?v=q7RSHm33MwM
28	El número 23	https://vimeo.com/113779015
29	Futurama: El bocinazo T2 C18 (4:20-5:00)	http://diskokosmiko.mx/jml/futurama-28224/futurama-2x18-el-bocinazo-1999,230486.mkv
30	La habitación de Fermat	https://www.youtube.com/watch?v=jMTJPAY9B1Q https://www.youtube.com/watch?v=wzKJ2g213t0
31	La habitación de Fermat	https://www.youtube.com/watch?v=OaKJ8G81kek
32	La habitación de Fermat	https://www.youtube.com/watch?v=38HusD8K8lc
33	La teoría del bigbang	https://www.youtube.com/watch?v=ShkAMt0Ye2o
34	Los payasos de la tele	https://www.youtube.com/watch?v=R1k5KZNBf-M

35	Ma and pa Kettle	https://vimeo.com/26876648
36	Más vale muerto	https://docs.google.com/file/d/0B8ncjrqUWaTnc29jNFJJZXhhWDQ/view
37	Midiendo el mundo	https://www.youtube.com/watch?v=LpNHKkFSQII
38	Rain man	https://vimeo.com/20010181
39	Reclutas (El show de Abbott y Costello) (1:00-2:10)	https://www.youtube.com/watch?v=HB1Q-yDpIwE&list=PLnbT6lJAlMeDVMvPq6pCFW5EidnxCSSeW&index=3
40	Una clase de matemáticas (El show de Abbott y Costello	https://www.youtube.com/watch?v=dCfU_k_-O0s
41	Vigilados	https://docs.google.com/file/d/0BxUsCgxZpJzSMEhSZk4wb3VlcFE/view
2.2. Números enteros		
42	Con ganas de triunfar	https://www.youtube.com/watch?v=UTL4VR70NzQ
43	Los Simpson: T17 C19 (0:20-0:45)	https://www.youtube.com/watch?v=ocvEYALGV-s
2.3. Números racionales, Fracciones		
44	El virginiano	https://www.youtube.com/watch?v=BtmLHDuA-GA
45	Granujas de medio pelo	https://www.youtube.com/watch?v=0kp6EoBfzeU&list=RD0kp6EoBfzeU#t=0
46	Los Simpson T9 C3	https://vimeo.com/27583813
2.4. Números irracionales		
47	La fórmula preferida del profesor (36:00-38:00)	https://www.youtube.com/watch?v=rFAF2lLSUF0
48	La vida de Pi	https://vimeo.com/96178668
49	Los Simpson T12 C16	https://www.youtube.com/watch?v=0bX_bhwksjE
50	Noche en el museo 2	https://docs.google.com/file/d/0BxUsCgxZpJzSTkFwbWpHdVlfelU/view
51	Vigilados	https://www.youtube.com/watch?v=RAF5z_Gk_4M
2.5. Potencias y raíces		
52	Asalto al distrito 13 (1:10-1:48)	https://vimeo.com/64054220
53	Cadena de favores	https://www.youtube.com/watch?v=h-BUti-DNFE
54	El hombre que conocía el infinito (1:37:00-1:37:30)	https://www.youtube.com/watch?v=9FZMFN2G1RI
55	El incidente (27:30-29:40)	https://www.youtube.com/watch?v=H2AqjC0eK-w
56	Futurama T1 C6 (0:00-0:45)	https://www.youtube.com/watch?v=o3kaS0AvKBM
57	Los Simpson T7 C6	https://vimeo.com/18750366
58	Numb3rs	http://www.dailymotion.com/video/xem33t_estafa-piramidal_shortfilms
59	Súper Mario Bros	https://vimeo.com/68646901
2.6. Múltiplos y divisores		
60	Contact	https://www.youtube.com/watch?v=VnhvLXTryJs
61	Cube	https://vimeo.com/17972256
62	El asesino del calendario	https://vimeo.com/18094321
63	La fórmula preferida del profesor (11:00-13:20)	https://www.youtube.com/watch?v=rFAF2lLSUF0
64	La fórmula preferida del profesor(24:40-27:03)	https://www.youtube.com/watch?v=rFAF2lLSUF0
65	La habitación de Fermat	https://www.youtube.com/watch?v=GjElx-fZX8s
66	La soledad de los n[os] primos (6:20-7:00)	https://www.youtube.com/watch?v=BYlnjLt9Htk

2.7. Proporcionalidad y porcentajes		
67	21 Blac jack	https://www.youtube.com/watch?v=S8NMSLCDlcY
68	Chicas malas (2:30-3:00)	https://www.youtube.com/watch?v=NWvyooVDwb0
69	Con ganas de triunfar	https://www.youtube.com/watch?v=ctel7Bpo_gM
70	El bazar de las sorpresas	https://vimeo.com/152013993
71	El mundo está loco, loco, loco	https://docs.google.com/file/d/0B8ncjrqUWaTnejZ5NmJqeWhMbDg/view
72	Entrenador Carter	https://vimeo.com/70243376
73	Vacaciones en Roma	https://vimeo.com/25357366
2.8. Series y sucesiones		
74	Abducidos	https://www.youtube.com/watch?v=1KMmW_s66DI
75	La habitación de Fermat	https://vimeo.com/30630048
76	Numb3rs	https://vimeo.com/18117981
77	Pi, fe en el caos	https://www.youtube.com/watch?v=y0sfBfapWVI
2.9. Otros		
78	Aquí no hay quien viva T2 C5 (14:00-15:20)	https://www.youtube.com/watch?v=_jZ8XMp7JlI
79	Con ganas de triunfar	https://www.youtube.com/watch?v=xevoYXfY1BE
80	Smilla, misterio en la nieve	https://vimeo.com/14702010
81	Toy Story	https://www.youtube.com/watch?v=nNLfL7d2k-8
BLOQUE 3: MEDIDA		
3.1. Longitud y superficie		
82	Los Simpson T7 C6	https://www.youtube.com/watch?v=xShqwOmXPCo
83	Mister Bean C8	https://www.youtube.com/watch?v=4O61Y7IYA6g&sns=em
3.2. Masa y peso		
84	Yo hice a Roque III	https://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=wkJrysJhU7s
3.3. Capacidad y volumen		
84	La jungla de cristal 3	https://www.youtube.com/watch?v=kSq42nPjnE0
85	La jungla de cristal 3	http://www.dailymotion.com/video/xbcehl_el-problema-de-los-bidones_tech
3.4. Tiempo		
87	Factotum (15:50-17:14)	https://www.youtube.com/watch?v=MyqbdwZZ40Q
88	Sal gorda	https://www.youtube.com/watch?v=2yKtGZov338
89	Willy Fog C1	https://www.youtube.com/watch?v=GJUnJcKjeyA
3.5. Otros		
90	Aquí no hay quien viva T2 C5 (6:10-6:55, 25-25:50, 56-56:15)	https://www.youtube.com/watch?v=_jZ8XMp7JlI
91	Los Serrano (28:30-30:50)	http://www.mitele.es/series-online/los-serrano/57a5a7dfc815da6b598b45e6/player
BLOQUE 4: GEOMETRÍA		
4.1. Geometría plana		
92	Adiós muchachos	https://vimeo.com/28243563
93	El mago de Oz	https://www.youtube.com/watch?v=cCkowyTBrps
94	El príncipe y el mendigo (4:10-5:00)	https://www.youtube.com/watch?v=K039BlG-nhA (4:10-5:00)
95	La clase	https://vimeo.com/37206179

96	La fórmula preferida del profesor (0:30-0:45)	https://www.youtube.com/watch?v=rFAF2lLSUF0 (0:30-0:45)
97	La soledad de los n^os^ primos.	https://vimeo.com/82083523
98	Las diabólicas	https://matedecine.wordpress.com/2011/06/22/las-diabolicas-el-area-del-hexagono/
99	Los Simpson T5 C19 (1:30-2:20)	https://www.youtube.com/watch?v=Xjz4f3Gbhek
100	Misión imposible III	https://www.youtube.com/watch?v=l648Q-SDAM4
101	Tom y Jerry	https://vimeo.com/163902480
4.2. Geometría especial		
102	Ágora	https://vimeo.com/22848858
103	Los Simpson: T17 C19	https://www.youtube.com/watch?v=8P90AEMrIKs
4.3. Otros		
104	Annápolis (18:10-18:50)	https://www.youtube.com/watch?v=cQsRNXg3ahQ
105	Águila roja T3, C37	https://vimeo.com/106215361
106	Cortina rasgada	http://www.dailymotion.com/video/xpz5dp_pi_tech
107	El coche fantástico	https://vimeo.com/35698978
108	Los Simpson: T7 C6	https://vimeo.com/18750366
109	Möbius (Rochant)	https://vimeo.com/169801477
110	Moebius (Mosquera)	https://vimeo.com/21303855
111	Stargate	https://vimeo.com/18008143
112	Tu nombre envenena mis sueños	https://vimeo.com/19202706
113	Una mente maravillosa	https://vimeo.com/44431343
TEMA 5. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD		
5.1. Estadística		
114	Aida. C104	https://drive.google.com/file/d/0B8UgVYW4VaOPVzRUbkptRVZHelE/view?pli=1
115	Ciudad mágica (5:50-7:00)	https://www.youtube.com/watch?v=GRpoTKLxev8 (5:50-7:00)
5.2. Probabilidad		
116	21 Blac jack	https://www.youtube.com/watch?v=uRxWQiuF3II
117	Cuéntame cómo pasó	http://rtve.es/v/3924198 (01:00-1:32; 01:03:36-01:03:54; 1:08:39-01:09:00)
118	El día de la bestia	http://www.dailymotion.com/video/xg6k9h_combinatoria-diabolica_tech
119	El hombre que copiaba	https://www.youtube.com/watch?v=iKvB8Bw0YnU
120	El puente sobre el río Kwai	https://vimeo.com/23755295
121	Intacto	https://vimeo.com/23477090
122	Justi&cía (49:20-50:30)	https://www.youtube.com/watch?v=oaaKMe0ZY7Q
123	Numb3rs	https://www.youtube.com/watch?v=pqJBTWoIkbA
5.3. Otros		
124	Los Simpson: T12 C9	https://www.youtube.com/watch?v=ctR0-NDB7T4
125	Pandorum	https://www.youtube.com/watch?v=nmxFMZX5g60

INFORMACIÓN SOBRE EL AUTOR

Alberto Zapatera. Es Licenciado en Matemáticas, Diploma de Estudios Avanzados y Doctor en Didáctica de las Matemáticas. Actualmente profesor en la Universidad Cardenal Herrera CEU en Elche. Sus líneas de investigación se centran en el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, metodologías innovadoras en el aprendizaje de las matemáticas y pensamiento algebraico. Tiene publicaciones en revistas nacionales (Revista Complutense de Educación, Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO…) e internacionales (Journal of Mathematics Teacher Education, BOLEMA). Asimismo suele presentar comunicaciones en congresos nacionales e internacionales de investigación e innovación en el área de la Didáctica de las Matemáticas.

✉ alberto.zapatera@uchceu.es

Conocimiento especializado de los estudiantes para profesor de primaria en la resolución de problemas de proporcionalidad compuesta basada en las unidades de medida

Prospective Primary teachers` specialised knowledge when solving compound proportionality problems based on measurement units

BEATRIZ PÉREZ-BUENO
MARÍA DEL MAR LIÑÁN-GARCÍA
VÍCTOR J. BARRERA-CASTARNADO
Centro de Estudios Universitarios Cardenal Spínola CEU.

Recibido: 17/07/2017
Aceptado: 08/02/2018

RESUMEN

Considerando la importancia del razonamiento proporcional en la formación matemática, y teniendo en cuenta resultados de investigaciones que muestran las dificultades que genera el desarrollo del mismo, pretendemos identificar aspectos del conocimiento especializado movilizado en la resolución de un problema de proporcionalidad compuesta por cuatro estudiantes para profesor de Educación Primaria. Utilizando el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, Mathematics Teachers´ Specialised Knowledge) analizamos los métodos de resolución usados desde las evidencias e indicios de dicho conocimiento así como desde las oportunidades que nos permiten identificar el conocimiento evocado por las respuestas. Los resultados reflejan que las resoluciones basadas en las unidades de medida de las magnitudes involucradas muestran un conocimiento más rico.

PALABRAS CLAVES
Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK), proporcionalidad compuesta, estudiantes para profesor, unidades de medida.

ABSTRACT

Considering the importance of proportional reasoning in the mathematical training, and taking into account papers that show the difficulties generated by the development of this knowledge, we try to identify the specialised knowledge movilised in the resolution of a compound proportion problem of four prospective primary teachers. Using the Mathematics Teachers' Specialised Knowledge model (MTSK) we analyse the resolution methods used, detecting evidences and traces of such knowledge, as well as the opportunities that allow us to identify the knowledge evoked by the answers. The results show a richer knowledge when using resolutions based on the magnitude measure units.

KEYWORDS
Mathematics Teachers' Specialised Knowledge (MTSK), compound proportion, prospective primary teachers, measurement units.

Para citar este artículo: Pérez-Bueno, B., Liñán-García, M. M. y Barrera-Castarnado, V. J. (2018). Conocimiento especializado de los Estudiantes para Profesor en la resolución de problemas de proporcionalidad compuesta basada en las unidades de medida. *EA, Escuela Abierta*, 21, 47-64. doi: 10.29257/EA21.2018.04

1. JUSTIFICACIÓN

No se puede poner en duda la importancia que tiene el estudio de la proporcionalidad en el campo de la Educación Matemática. De hecho, el NCTM (2000) remarca que este conocimiento es el punto de encuentro de diversos temas en los currículos oficiales, no solo porque supone la culminación de la aritmética elemental sino, además, porque el razonamiento proporcional es necesario para la adquisición de otros conocimientos posteriores más complejos (Rivas, Godino y Castro, 2012), como la semejanza geométrica, las ecuaciones lineales, la probabilidad, el análisis de datos, etc. Sin embargo, diferentes investigaciones muestran las dificultades que encuentran los estudiantes de distintos niveles educativos, incluidos estudiantes para profesor[1] (en adelante, EPP), al afrontar situaciones de proporcionalidad. Cabe destacar, tal y como apuntan Valverde y Castro (2009), los obstáculos que se encuentran los EPP al comprender la relación funcional entre magnitudes proporcionales y, por tanto, las limitaciones que tienen para argumentar sobre los procesos de resolución. Esto también conlleva la falta de competencias para interpretar de manera adecuada las respuestas de los alumnos de primaria a problemas de proporcionalidad (Rivas *et. al*, 2012; Buforn, Fenández y Llinares, 2015). Esto hace que la gran mayoría de los profesores sigan utilizando procedimientos rutinarios como la regla de tres y el producto en cruz (Buforn y Fenández, 2014), especificando exclusivamente el cómo pero no el cuándo, ni el porqué.

Por otro lado, la mayoría de estas investigaciones se han centrado en situaciones de proporcionalidad simple, por lo que vemos necesario ampliar el campo a aquellos contextos en los que tres o más medidas de magnitud tienen una relación de proporcionalidad, lo que llamaremos proporcionalidad compuesta (González y Gómez, 2011). En este sentido, algunas investigaciones muestran estrategias en la resolución de problemas de proporcionalidad compuesta (Martínez, Muñoz y Oller, 2015) o los contenidos al respecto en los libros de texto (Martínez, Muñoz, Oller y Ortega, 2017), si bien otras plantean propuestas didácticas para trabajar este contenido en formación inicial de profesores (Barrera-Castarnado, Liñán-García y Pérez-Bueno, 2017). Siguiendo estos dos últimos hilos, hemos planteado en nuestras aulas la resolución de problemas a partir de la reflexión sobre las magnitudes que intervienen en base a sus unidades de medida, poniendo especial énfasis en el conocimiento de múltiples procesos resolutivos (Star y Rittle-Johnson, 2009).

Consideramos, como Carrillo, Climent, Montes *et al.* (2018), que todo el conocimiento que posee un profesor de matemáticas es especializado por ser inherente a su profesión. Estos autores afirman, además, que la profesión de profesor se emprende en su formación inicial y, por tanto, comienza en su etapa universitaria. Como consecuencia, esta investigación seguirá el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) propuesto por los citados autores, con objeto de comprender el conocimiento que se moviliza cuando los EPP resuelven problemas de proporcionalidad compuesta. Pretendemos, además, a través del análisis, establecer las posibles interrelaciones que se evidencien entre elementos de dicho conocimiento. Esto, a su vez, nos dará la oportunidad de diseñar propuestas de formación consistentes con los resultados obtenidos en este estudio.

Nuestro objetivo en este estudio es, por tanto, identificar aspectos del conocimiento especializado puesto en juego por EPP en la resolución de problemas de proporcionalidad numérica compuesta al usar diferentes métodos de resolución, alguno de ellos basado en el uso explícito de unidades de medida de las magnitudes que intervienen en los enunciados.

2. MARCO TEÓRICO

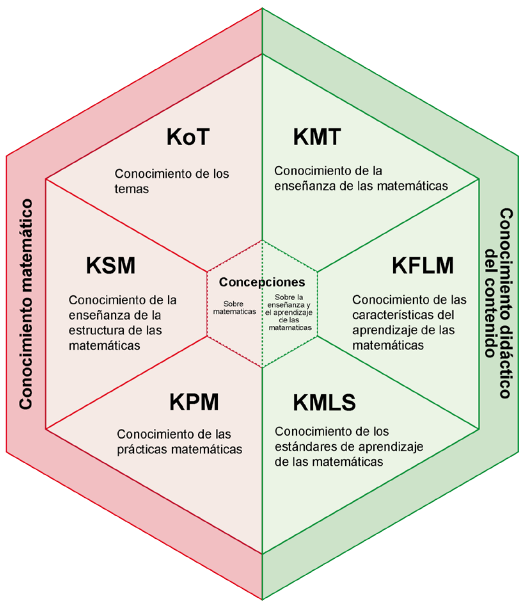
Partiendo de Schoenfeld (2010, p. 25), entendemos *el conocimiento de un individuo como la información que tiene disponible para usar para resolver problemas, alcanzar metas, o desarrollar cualquier tarea. ¡Nótese que, de acuerdo a esta definición, el conocimiento no ha de ser necesariamente correcto!* Este conocimiento contempla su competencia matemática interrelacionando la comprensión conceptual, la fluidez de conocimientos y el razonamiento flexible (Schoenfeld y Kirpatrick, 2008), lo que se torna, como veremos más adelante, de especial interés en nuestro trabajo, pues implica que tal conocimiento incluye saber por qué se hace y diferentes formas de hacerlo (Star y Rittle-Johnson, 2009).

Entendiendo el conocimiento profesional del profesor como aquel que este necesita y utiliza (Schoenfeld, 2010) por la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas, nos posicionamos con Carrillo, Climent, Montes *et al.* (2018) al entender que tal conocimiento es especializado y no es compartido con otras ciencias o profesiones. No se consideran, por tanto, aspectos propios de la Didáctica y Psicología. Elegimos, consecuentemente, el modelo del *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (figura 1), MTSK, que se ha ido estructurando en distintos trabajos de investigación, en diferentes niveles educativos (Aguilar, 2015; Escudero-Ávila, 2015; Flores-Medrano, 2015; Montes, 2015; Moriel-Junior, 2014; Muñoz-Catalán, Liñán-García y Ribeiro, 2017; Ribeiro, Muñoz-Catalán, Liñán-García, 2015; Rojas, 2014; Vasco, 2015), llegando a la definición que vamos a utilizar en el presente trabajo de investigación (Carrillo, Climent, Montes *et al*., 2018).

Este modelo se sustenta en Shulman (1986) y Ball, Thames y Phelps. (2008); como estos, mantiene la diferenciación entre el conocimiento matemático (*Mathematical Knowledge*, MK) y el conocimiento didáctico del contenido matemático (*Pedagogical Content Knowledge*), si bien propone una categorización diferente dentro de cada dominio. Nos centraremos en el primero, pues será el que dará sustento a esta investigación (figura 1).

Figura 1

Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Liñán-García 2017)



El conocimiento matemático (MK) contempla la propia disciplina matemática que se enseña; en nuestro caso, la proporcionalidad numérica. Está dividido en tres subdominos, siendo el primero de ellos el *Conocimiento de los Temas Matemáticos* (KoT). Partiendo del *conocimiento profundo de la matemática fundamental* (Ma, 1999), abarca el conocimiento de los contenidos, procesos y procedimientos matemáticos en sí mismos. Está separada en cuatro categorías: definiciones, propiedades y sus fundamentos; fenomenología; registros de representación y procedimientos.

Las *Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos* consideran el conjunto de propiedades que hacen definible a un tema y le dan sentido y significado, además de las formas alternativas de hacerlo. Por ejemplo, podemos ubicar en esta categoría el conocimiento de las magnitudes entre las que se establece una relación de proporcionalidad, tanto directa como inversa, y las propiedades de las mismas, así como de las unidades de medida elegidas para medir cada una de ellas. Consideramos dentro de este subdominio las conexiones intraconceptuales, es decir, aquellas relaciones entre conceptos o procesos de un mismo tema, como por ejemplo, la relación entre las definiciones de razón de proporcionalidad funcional y escalar.

La *fenomenología* comprende los conocimientos del profesor sobre los fenómenos relacionados con un tema y los usos y aplicaciones del mismo. Por ejemplo, el uso de la razón de proporcionalidad funcional como factor de conversión entre unidades de medida.

Los *registros de representación* refieren el conocimiento del profesor sobre distintas representaciones: simbólica, gráfica, verbal, situaciones reales y manipulativa o concreta (Lesh, 1997), analítica, etc., y las transformaciones entre ellas sin pérdida de propiedades o características, lo que Star y Rittle-Johnson (2009) identifican como una de las interpretaciones de la *flexibilidad matemática*. Por ejemplo, representar la razón de proporcionalidad directa gráficamente o simbólicamente como la pendiente de una recta, o la equivalencia de la representación de la proporción por reducción a la unidad o razón escalar, ambas dentro del registro simbólico en este caso.

En la categoría *procedimientos* tenemos el conocimiento del cómo se hace, del cuándo, del porqué y de las características del resultado. Se recogerían en esta categoría tanto los algoritmos tradicionales como cualquier otro para un determinado contenido matemático. Por ejemplo, el conocimiento de qué es, cuándo se puede usar, cómo se calcula, por qué funciona, y qué significa el resultado obtenido en una regla de tres directa o inversa, dejando de ver esta como una mera mecanización de resolución de problemas.

El *Conocimiento de la Estructura Matemática* (KSM) incluye las conexiones interconceptuales del conocimiento del profesor sobre las relaciones entre distintos contenidos (Carrillo, Climent, Montes et al., 2018). Se distinguen cuatro categorías, empezando por las *conexiones de complejización*, que relacionan contenidos actuales con futuros. Podemos ver claros ejemplos en el profesor de Infantil o primer curso de Primaria cuando trabaja la medida desde unidades no estándar y establece partes proporcionales de la misma, como precursor de la medida en sí misma o la proporcionalidad directa como precursor de la función lineal. Las *conexiones de simplificación* relacionan contenidos actuales con otros anteriores. Por ejemplo, la conexión que permite fundamentar las relaciones de proporcionalidad entre magnitudes atendiendo a las que se establecen entre sus unidades de medida. Las *conexiones transversales* se observan entre contenidos diferentes que tienen cualidades en común. Por ejemplo, en el contexto de la semejanza de triángulos, existe una conexión transversal entre la proporción directa entre las medidas de sus lados y la igualdad de las amplitudes de los ángulos correspondientes, relacionando la proporcionalidad numérica con la proporcionalidad geométrica. Las *conexiones auxiliares* se establecen entre aquellos conocimientos que se relacionan entre sí como apoyo. Por ejemplo, el uso de la razón de proporcionalidad como herramienta para el cálculo de la probabilidad a través de la Regla de Laplace.

El *Conocimiento de las Prácticas Matemáticas* (KPM), referidas a las acciones puestas en juego cuando *se hacen matemáticas*, como la resolución de problemas, la definición o demostración de un proceso o el uso correcto del lenguaje y los símbolos, etc. Actualmente este subdominio solo está caracterizado en función de indicadores (Carrillo, Climent, Montes, et al., 2018): *jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos, formas de validación y demostración, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal, procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas, prácticas particulares del quehacer matemático, y, finalmente, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones*.

El segundo dominio del MTSK, *conocimiento didáctico del contenido* (*Pedagogical Content Knowledge,* PCK), caracteriza el conocimiento propio de la enseñanza. Puesto que no será utilizado en este trabajo, solo mencionaremos que está dividido en tres subdominios: el Conocimiento de las Características del aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics,* KFLM), el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (*Knowledge of Mathematics Teaching,* KMT) y el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (*Knowledge of Mathematics Learning Standards,* KMLS).

3. METODOLOGÍA

Resultados derivados de investigaciones sobre resolución de problemas en los que intervienen relaciones de proporcionalidad numérica (Martínez *et al*., 2017; Sánchez, 2013; Fernández y Llinares, 2011; Valverde y Castro, 2009), así como de nuestra experiencia como formadores de maestros, han provocado que planteemos en nuestras aulas la resolución de este tipo de problemas tomando como base las relaciones entre las unidades de medida de las cantidades de magnitud que intervienen en el enunciado. Así, pretendemos evitar la mecanización de procedimientos sin comprensión de las relaciones establecidas entre magnitudes directa o inversamente proporcionales.

Como se avanzó en la introducción, nuestro objetivo principal es identificar aspectos del conocimiento especializado puesto en juego por EPP en la resolución de problemas de proporcionalidad numérica compuesta al usar diferentes métodos de resolución. Nos interesa, por tanto, dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación *¿qué conocimiento especializado puede identificarse en el análisis de producciones de EPP cuando resuelven problemas de proporcionalidad numérica compuesta?* El modelo analítico MTSK fundamenta la respuesta a dicha pregunta de investigación, teniendo en cuenta las evidencias del conocimiento de los EPP en sus respuestas al problema planteado, los indicios de dicho conocimiento (Escudero-Ávila, 2015) y las oportunidades (Liñán-García, 2017), entendiendo estas últimas como un elemento metodológico que nos va a permitir, como investigadores, identificar otros elementos del conocimiento especializado conectado con el evidenciado y que no aparece de manera explícita en estas respuestas, considerando nuestra sensibilidad teórica (Strauss y Corbin, 1994), que llamaremos en adelante conocimiento evocado.

El trabajo se enmarca en el paradigma interpretativo (Bassey, 1995), y en el contexto general de un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 2005), ya que permitirá una mejor comprensión del conocimiento para la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad compuesta, ayudando a la caracterización de este conocimiento para la formación de profesores.

El diseño de investigación se caracteriza por: el planteamiento de problemas de proporcionalidad compuesta a EPP para que los resuelvan de manera justificada después de unas sesiones de clase en las que se han desarrollado contenidos relacionados con los mismos (Barrera-Castarnado, Liñán-García, Pérez-Bueno, 2017), la selección de respuestas de estudiantes con perfiles académicos equivalentes y el enfoque cualitativo con el que se abordan los procesos de recogida y análisis de los datos.

La recogida de la información se realiza a través de pruebas de evaluación escrita dentro de la asignatura *Matemáticas específicas para maestros* del primer curso del Grado en Educación Primaria del Centro de Estudios Superiores Cardenal Spínola CEU (centro adscrito a la Universidad de Sevilla), en las que se plantea la resolución de diferentes problemas de proporcionalidad compuesta. Se tendrá en cuenta tanto la respuesta a la pregunta del problema como las justificaciones que vayan haciendo durante el proceso de resolución, sean ambas correctas o no.

El problema seleccionado ha sido:

> *Cinco camiones, haciendo 6 viajes al día, consiguen evacuar 600 m3 de tierra en 4 días. ¿Cuántos días tardarán 7 camiones en mover 3500 m3 de tierra si desescombran en un vertedero más próximo, lo que permite a cada camión realizar 10 viajes al día?*

Es un problema de proporcionalidad compuesta que involucra cuatro magnitudes (número de camiones por día, número de viajes por camión y por día, volumen y tiempo), siendo la medida de una de ellas dato o incógnita final dependiente de las otras tres: el tiempo, 4 días (dato), que tardan 5 camiones haciendo 6 viajes al día para descargar 600m3 vs el tiempo (incógnita) que tardan 7 camiones haciendo 10 viajes al día para descargar 3500m3. No hace falta señalar la obvia relación de dependencia (directa o inversa) que se establece entre todas ellas entre sí; serán los resolutores (EPP) quienes elijan, en cada caso, cuál de dichas relaciones van a utilizar para llegar a la solución pedida.

Podemos observar, además, que en el enunciado aparece una magnitud intensiva (el número de viajes por día). Por nuestra experiencia como formadores de EPP, apoyada además en investigaciones como las de Martínez *et. al* (2015), sabemos que el uso de dicho tipo de magnitudes, máxime cuando se involucran en proporcionalidades compuestas, suele conllevar mayores dificultades de interpretación. Se une a esto el hecho constatado por Martínez *et al.* (2017) de que la presencia de este tipo de problemas en los libros de texto de secundaria es prácticamente anecdótica, lo que podría tener como consecuencia la merma en su conocimiento en matemática fundamental, en el sentido de Ma (1999), con el que los EPP deberían llegar a la universidad. Si bien este contenido en sí mismo no forma parte de lo que los EPP deberán enseñar en Primaria, la resolución de este tipo de problemas forma parte del currículo del Grado en Educación Primaria de la Universidad de Sevilla porque, por un lado, el conocimiento del EPP ha de ser superior al que va a trabajar posteriormente con sus alumnos y, por otro, el conocimiento asociado a los problemas de proporcionalidad compuesta moviliza a su vez todo el conocimiento útil para la resolución de situaciones de proporcionalidad propias de Educación Primaria.

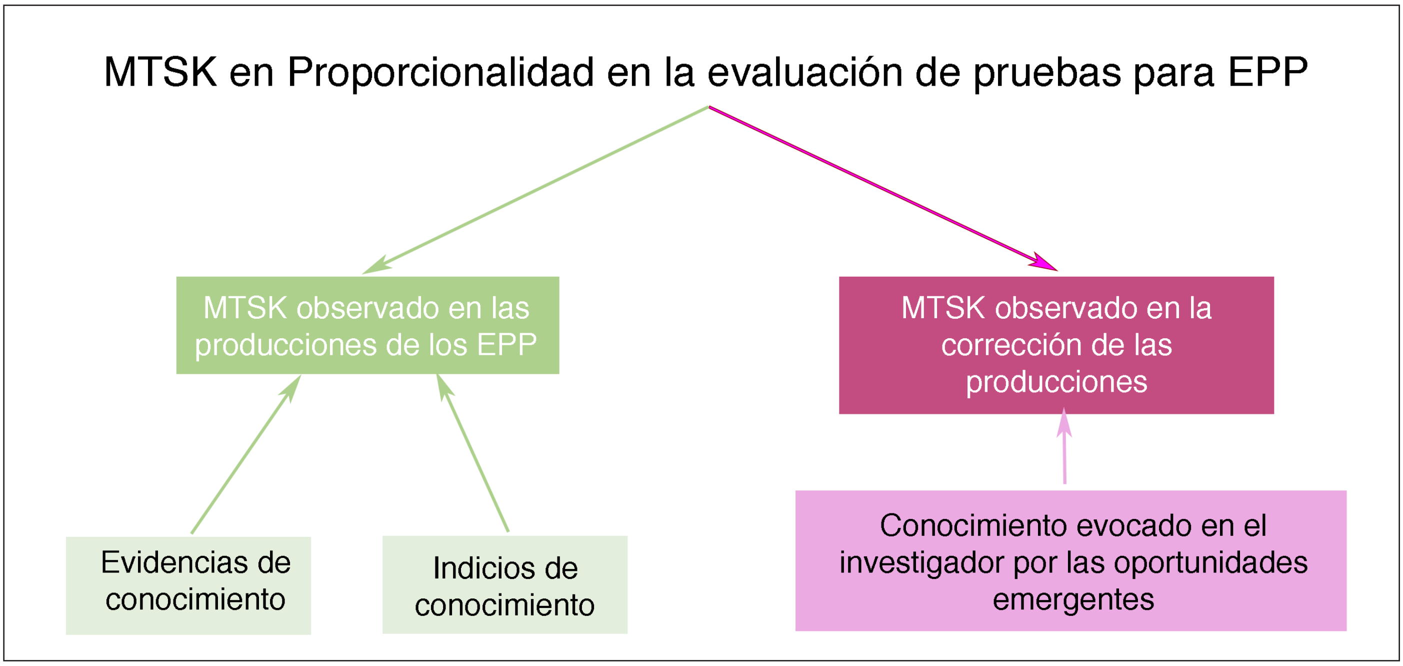
Como consecuencia de todo ello, consideramos que la propuesta de este problema a los EPP pondrá de manifiesto su conocimiento no solo acerca de la propia proporcionalidad, sino de las conexiones del mismo con otros campos dentro de la matemática, sin que se vea influido por la práctica sistemática.

Los informantes de este trabajo son EPP con resultados académicos equivalentes, particularmente en las pruebas de evaluación de la asignatura antes mencionada. Se han elegido entre los que han llegado a la solución correcta del problema un representante de cada tipo de estrategia

Como ya hemos indicado, para el análisis del conocimiento especializado presente en las respuestas dadas por los EPP a las cuestiones planteadas nos basamos tanto en la identificación de evidencias e indicios (Escudero-Ávila, 2015) de elementos del MTSK, que como investigadores, interpretamos que se han movilizado, así como el que las respuestas de los estudiantes nos evoca (figura 2).

Figura 2

Elementos metodológicos que nos permiten acceder al MTSK en Proporcionalidad (elaboración propia a partir de Liñán-García, 2017)

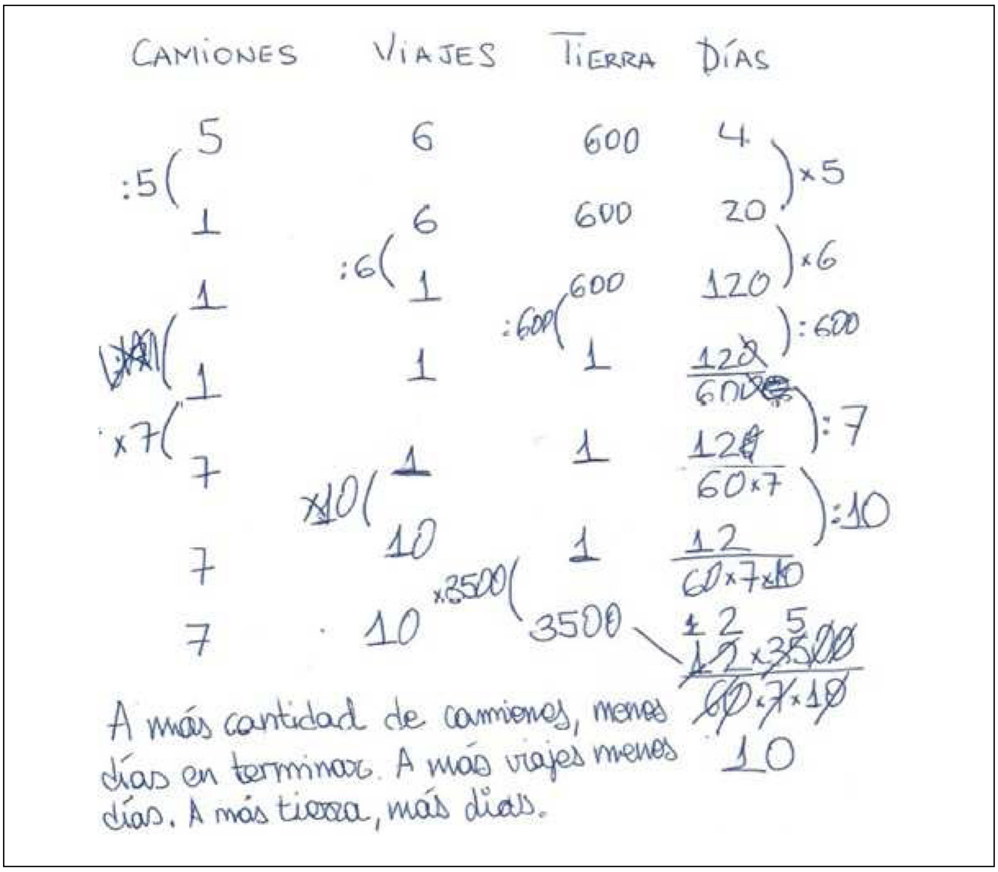


4. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Para el análisis que presentamos hacemos uso de MTSK como modelo analítico para elaborar una descripción del conocimiento especializado que se moviliza en las respuestas de algunos EPP en la resolución de un problema de proporcionalidad compuesta. Debemos tener claro, como ya hemos manifestado en la metodología de este trabajo, que tal conocimiento vendrá dado tanto por las producciones de los EPP en sus pruebas de evaluación como por las correcciones de las mismas, donde podrá aparecer el conocimiento evocado al investigador (desde su sensibilidad teórica, Strauss y Corbin, 1994) por las oportunidades que emergen en dicha corrección.

Figura 3

Producción del estudiante 1

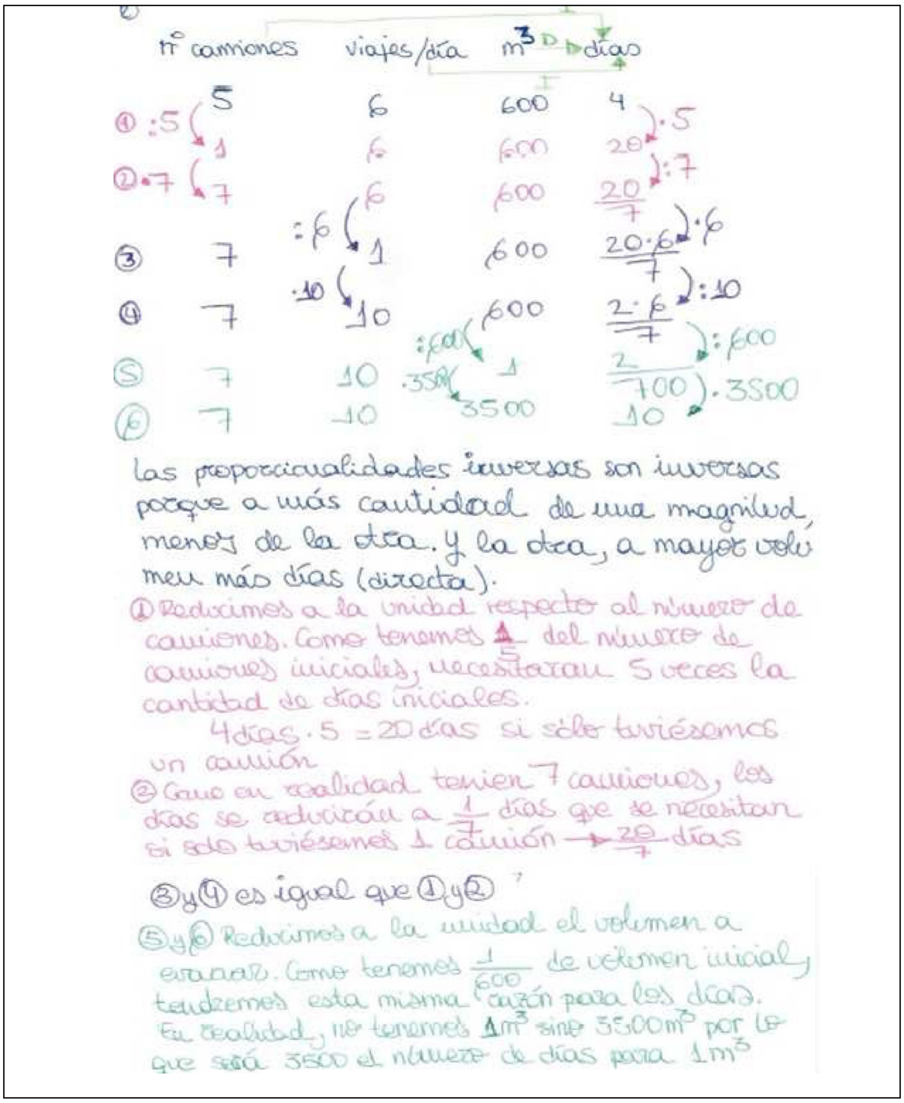


El estudiante 1 muestra una resolución basada en el método de reducción a la unidad, en el que elige una a una cada magnitud independiente -mientras que el resto de estas quedan constantes o invariables- y va realizando divisiones que le permitirán llegar a la medida de una unidad para cada una de ellas, lo que implicará, a su vez, una transformación de la magnitud dependiente con una multiplicación (relación inversa) o una división (relación directa). Por ejemplo, la primera modificación que propone deja invariantes el número de viajes por día y el volumen de tierra evacuado, mientras divide para obtener el valor del número de camiones y multiplica el tiempo por el mismo valor por el que dividió tal primera magnitud (ver primera y segunda fila de la figura 3). De esta forma consigue la medida de la magnitud dependiente tiempo para la medida una unidad en todas las magnitudes independientes, o lo que es lo mismo, habiendo reducido a la unidad la medida de cada una de estas últimas.

Una vez conseguido, multiplica cada una de las medidas de las magnitudes independientes por el número que corresponde a las medidas de las mismas que propone el problema. Así, la medida de la magnitud dependiente vuelve a ser transformada con una multiplicación (relación inversa) o una división (relación directa), llegando a la solución correcta del problema. Siguiendo con el ejemplo anterior, en esta ocasión mantiene las mismas invariantes, mientras que multiplica para obtener el valor 7 camiones en la primera magnitud y divide el tiempo por ese mismo valor (ver cuarta y quinta fila de la figura 3).

Figura 4

Producción del estudiante 2



Se evidencia un KoT procedimientos, en el que aparece el cómo se hace, que incluye tanto reducción a la unidad como las operaciones que se involucran en tal reducción. Muestra, además en este indicador, el conocimiento de la necesaria jerarquización del procedimiento, pero debemos analizar la justificación de la resolución para comprobar si los indicios sobre su conocimiento de ¿cuándo puede hacerse?, ¿por qué se hace así? y características del resultado se manifiestan como evidencias de esta categoría. También observamos un KoT registros de representación simbólica en este caso (conocimiento observado también en el resto de los estudiantes analizados). Emerge una oportunidad que evoca la conexión de complejización (KSM) entre la definición de operación (en este caso, producto) desde la conceptualización como suma reiterada hasta como razón.

El estudiante se limita a describir el procedimiento llevado a cabo sin una justificación sobre el mismo. Es decir, no explicita por qué puede llevarse a cabo, pues solo indica que una división en una medida de la primera magnitud independiente implica una multiplicación en la dependiente porque *a más cantidad de camiones, menos días en terminar*, no estableciendo, por tanto, la relación proporcional entre las mismas (ver justificación en figura3). Si en las indicaciones de las operaciones realizadas se hubiera mostrado, por ejemplo, la necesidad de la ausencia de unidades de las cantidades por las que se multiplica o divide (cuantificadores) una medida de alguna de las magnitudes, se habría podido evidenciar un KoT procedimientos características de los resultados parciales. Asimismo, *el cuándo y por qué se hace así* de esta categoría, se podrían haber mostrado al hacer patente la relación proporcional y al conectar la relación multiplicativa entre las medidas de las magnitudes con la relación proporcional. Si el estudiante hubiera explicitado el significado de las *no unidades* de medida en un cuantificador, nos habría dado información sobre su conocimiento acerca de la definición, propiedades y sus fundamentos (KoT) del mismo como razón escalar (KoT fenomenología). Además, observamos que en la cabecera de la tabla (figura 3) no aparecen ni magnitudes ni unidades en sentido estricto, sino una designación de elaboración propia partiendo del enunciado del problema que le ayuda a organizar los datos; emerge, entonces, el conocimiento evocado correspondiente al registro de representación (KoT), que está a su vez relacionado con definiciones, propiedades y sus fundamentos (KoT) de las magnitudes y las unidades de medida asociadas.

El estudiante 2 muestra un procedimiento equivalente al del estudiante 1, si bien en lugar de elegir una a una cada una de las magnitudes independientes -mientras que el resto de las magnitudes independientes quedan constantes o invariables- e ir realizando las divisiones que le permitirán llegar a la medida de una unidad para cada una de ellas, elige una magnitud que reduce a la unidad y, seguidamente, multiplica por el cuantificador que le permitirá conseguir la cantidad que propone el problema. Modifica, por tanto, en dos veces sucesivas la medida de la magnitud dependiente. Por ejemplo, la primera modificación que propone deja invariantes el número de viajes por día y el volumen de tierra evacuado, mientras divide para obtener el valor 1 camión en la primera magnitud y multiplica el tiempo por el mismo valor por el que dividió tal primera magnitud. A continuación, dejando las mismas invariantes, multiplica para obtener el valor 7 camiones en la primera magnitud, dividiendo el tiempo consecuentemente por ese mismo valor (ver primera, segunda y tercera fila de la figura 4).

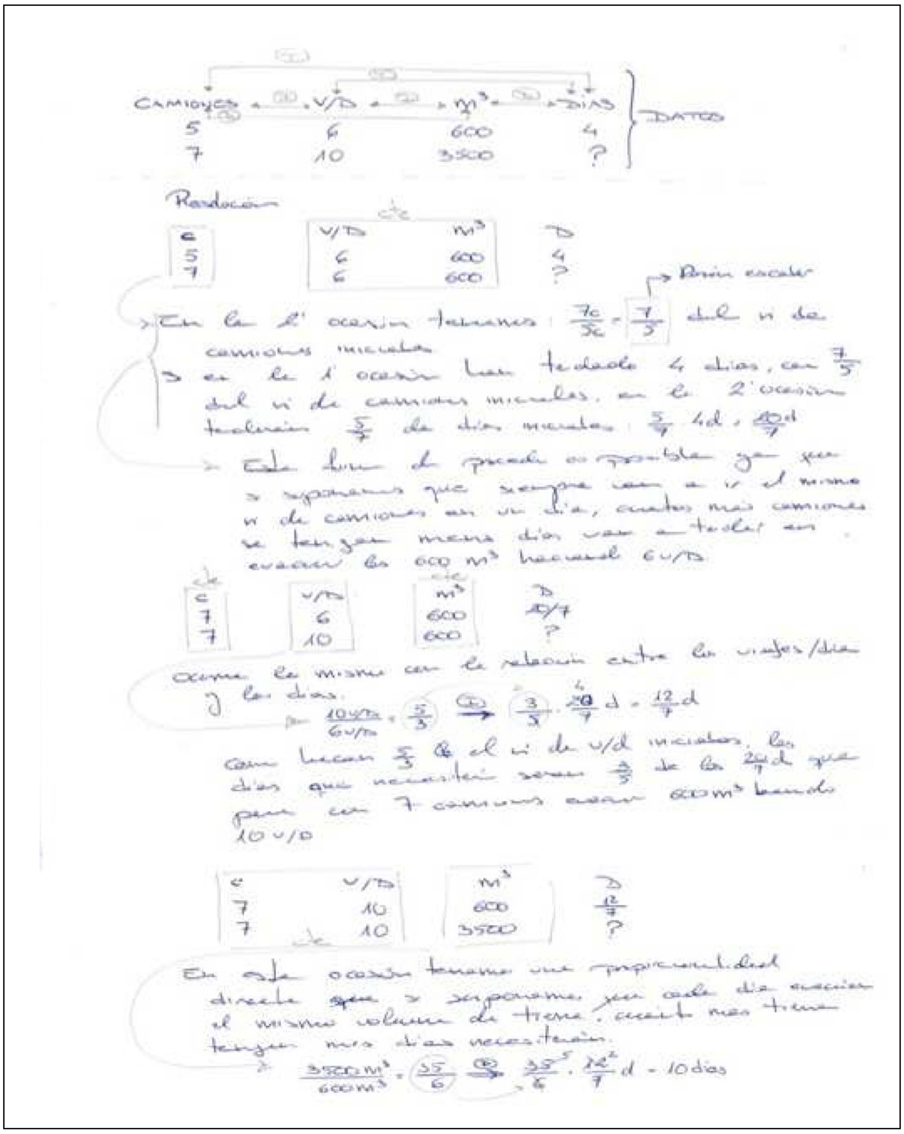
Podemos ver que se muestran las mismas evidencias que en el primer estudiante, si bien el número de las mismas aumenta en este segundo estudiante pues algunos indicios se tornan evidencias en la justificación que propone. Por ejemplo, al decir *como tenemos 1/5 del número de camiones iniciales, necesitarán 5 veces la cantidad de días iniciales. Pero como, en realidad, tenemos 7 camiones, los días se reducirán a 1/7 de los días que se necesitarían si solo tuviésemos un camión*. A pesar de que no justifica previamente que sean magnitudes proporcionales más allá de lo que hace el estudiante 1 (por tanto sigue sin haber evidencias del *cuándo puede hacerse*), sí queda constancia de su conocimiento sobre el *por qué puede hacerse y las características*, si bien parciales, *del resultado* (KoT procedimientos). En el ejemplo anterior también hay indicios de conocimiento del significado de cuantificador (KoT definiciones, propiedades y sus fundamentos) al indicar el significado del producto del cuantificador como un número de veces la medida de la magnitud.

Emerge en este caso el conocimiento evocado que permite fundamentar las relaciones de proporcionalidad entre magnitudes atendiendo a las que se establecen entre sus unidades de medida (KSM simplificación), en el hecho de reconocer que para pasar de tener 5 camiones a tener 1 camión hay que dividir por un cuantificador que mantendrá las mismas unidades de medida.

ISSN 2603-588X

Figura 5

Producción del estudiante 3



El estudiante número 3 utiliza la razón escalar como herramienta para la resolución del problema; es decir, compara las medidas de las mismas magnitudes para obtener las veces de una cantidad frente a la otra. Por ejemplo, inicialmente hay 5 camiones que, posteriormente, suben a 7 camiones; el estudiante representa la relación diciendo que en la segunda ocasión *hay 7/5 del número de camiones iniciales*. Una vez hecho esto, y tras justificar la relación (proporcionalidad inversa) entre las magnitudes número de camiones y tiempo, multiplica por la inversa de la fracción indicada, razonando que si en la primera ocasión han tardado cuatro días, en la segunda ocasión, *con 7/5 del número de camiones iniciales, tardarán 5/7 de los días iniciales* (ver figura 5, justificación). Repite el proceso de relación con la magnitud dependiente para el resto de las magnitudes independientes; en lugar de repetir la explicación, identifica la primera con las necesarias para el resto de los pasos.

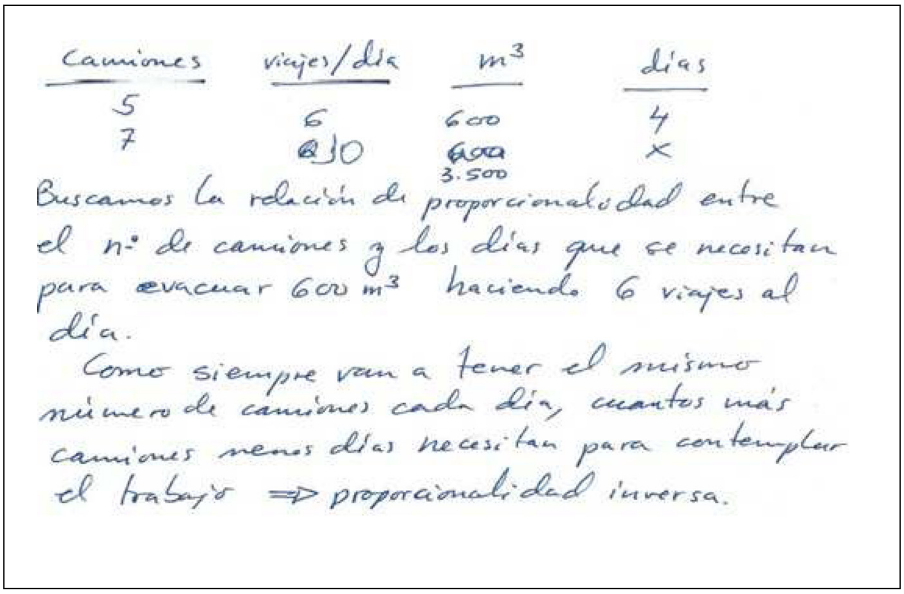
Este estudiante muestra, razonadamente, la relación que existe entre cada magnitud independiente con la dependiente, así como el resto de relaciones (aunque estas últimas no las utiliza). Evidencia un KoT procedimientos, en este caso mostrando conocimiento sobre el *¿cómo se hace?*, puesto que utiliza un procedimiento adecuado y llega satisfactoriamente al resultado; *¿cuándo puede hacerse?* (lo que en los estudiantes 1 y 2 no aparecía) y *¿por qué se hace así?* (que ya aparecía en el estudiante 2), ya que hace uso de la razón escalar una vez justificado el significado de la misma; y características del resultado, analizando en cada paso el sentido de sus conclusiones parciales. En este caso, a diferencia de los anteriores, sí se evidencia KoT definiciones, propiedades y sus fundamentos al indicar el significado de la relación escalar entre medidas de una magnitud, usando la misma unidad en cada una de ellas, y convirtiendo, de esta forma, la razón en un cuantificador adimensional (figura 5, primera justificación).

Observamos un indicio de conocimiento de la conexión de complejización (KSM) existente entre la razón escalar y la medida, cuando compara el número de camiones entre la segunda ocasión y la primera, indicando que una es 7/5 respecto a la otra.

En la respuesta de los estudiantes 2 y 3 emerge el conocimiento evocado sobre la conexión entre la relación multiplicativa entre dos cantidades y su uso como modelo atribuible al cálculo de la razón de proporcionalidad (KoT fenomenología).

Figura 6

Producción del estudiante 4 (primera parte)



Camiones	viajes/día	m^3	días
5	6	600	4
7	10	3.500	x

Buscamos la relación de proporcionalidad entre el nº de camiones y los días que se necesitan para evacuar 600 m^3 haciendo 6 viajes al día.

Como siempre van a tener el mismo número de camiones cada día, cuantos más camiones menos días necesitan para contemplar el trabajo ⇒ proporcionalidad inversa.

El estudiante 4, al igual que el anterior, hace una justificación adecuada sobre las relaciones entre las magnitudes, pero solo las que va a utilizar, es decir, las existentes entre cada una de las independientes y la dependiente. Hace uso de la razón funcional entre cada una de las magnitudes independientes con la dependiente, buscando así las constantes de proporcionalidad entre dichas magnitudes. Al contrario que otros estudiantes, este relaciona medidas de magnitudes en una misma situación entre sí. Por ejemplo, 5 camiones iniciales viajando 4 días se convierte

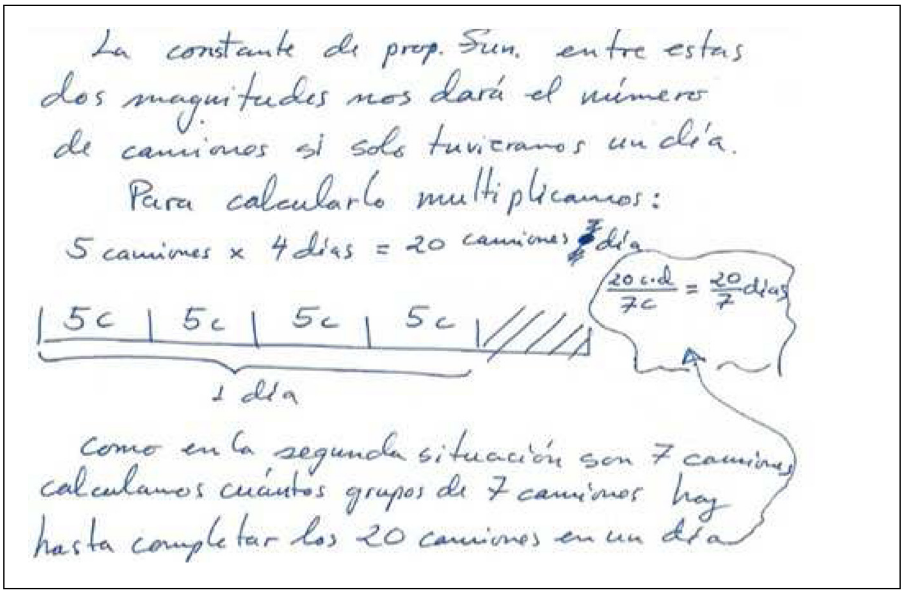
ISSN 2603-588X

en *5camiones·4días=20camiones·día* para la relación inversa entre estas magnitudes. Una vez encontradas las razones de proporcionalidad las utiliza para relacionar distintas situaciones. Por ejemplo, como en la segunda situación tenemos 7 camiones, decide buscar cuántos grupos de 7 camiones se pueden formar con los 20 camiones que viajarían si solo tuvieran un día disponible. Consigue la constante de proporcionalidad, en el caso de la relación directa entre las magnitudes volumen y tiempo, dividiendo las medidas de ambas magnitudes (figura 6).

Todo el conocimiento evidenciado en la producción de los estudiantes anteriores queda patente también en este caso; sin embargo, es el primero que evidencia conocimiento sobre las unidades de medida de las magnitudes involucradas (KoT definiciones, propiedades y sus fundamentos), por ejemplo, al hacer explícita la siguiente afirmación: *la constante de proporcionalidad funcional entre estas dos magnitudes nos dará el número de camiones si solo tuviéramos un día. Para calcularlo multiplicamos 5camiones·4días=20 camiones·día*. Explica esta relación haciendo un gráfico (KoT registro de representación) en el que se puede observar la *unidad día* dividida en cuatro partes, cada una de las cuales representa cinco camiones (ver figura 7), dejando patente un indicio sobre la conexión transversal (KSM) entre la proporcionalidad inversa y la interpretación de la unidad en los números racionales.

Figura 7

Producción del estudiante 4



Además, observamos otro indicio, esta vez una conexión auxiliar (KSM) al hacer uso de la división medida -*20camiones·día/7camiones*- o división reparto -*600m³/((2·6/7)días)*- como herramienta para el cálculo de las constantes de proporcionalidad.

Destacamos que en todos los casos los estudiantes han mantenido los resultados parciales en expresiones fraccionarias, intentando realizar simplificaciones (figura 8) siempre que ha sido posible (KoT registros de representación).

Figura 8

Producción estudiante 4 (cálculo con simplificación)

Los viajes/día que se necesitan para que 7 camiones evacuen 600 m^3, observamos una proporcionalidad inversa pues cuantos más viajes al día se realicen menos días se tardaran en realizar el trabajo.

$$\frac{6 \text{ viajes}}{\text{día}} \cdot \frac{20}{7} d = \frac{6\cdot 20}{7} \text{ viajes totales.}$$

Como en la segunda situación tienen 10 v/d vemos cuantas veces hacen 10 viajes para completar el número de viajes totales. (d medida)

$$\frac{6\cdot 2\cancel{0}}{7} \text{ viajes} \cdot \frac{1 \text{ día}}{1\cancel{0} \text{ viajes}} = \frac{6\cdot 2}{7} \text{ días}$$

Asimismo, por un lado se ha evidenciado un KPM *papel de los símbolos y uso del lenguaje formal* en cuanto a que utilizan adecuadamente el lenguaje algebraico, y por otro, existen indicios en el mismo subdominio sobre el indicador *jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos*, pues van mostrando su plan de ejecución de manera ordenada (figura 9).

Figura 9

Producción estudiante 4 (final)

Para la relación volumen-días como van a evacual el mismo volumen de tierra cada día, cuanta más tierra más días necesitaremos ⇒ prop. directa

$$\frac{600 m^3}{\frac{2\cdot 6}{7} \text{días}} = \frac{100 m^3}{\frac{2\cdot}{7} \text{días}} = 350 \, m^3/\text{día}$$

Hemos repartido 600 m^3 entre días necesarios para saber el volumen al día.

Tenemos que medir cuántas veces entran 350 m^3 en 3.500 m^3 ya que cada vez que evacuen 350 m^3 pasará un día.

$$3.500 \, m^3 \cdot \frac{1 \text{ día}}{350 \, m^3} = \underline{10 \text{ días}}$$

Se necesitan 10 días para que 7 camiones evacuen 3.500 m^3 haciendo 10 viajes/día.

ISSN 2603-588X

5. CONCLUSIONES

A pesar de que todos los estudiantes consiguen llegar a la solución correcta, observamos que sus estrategias y justificaciones son muy diferentes. Mientras que el primero solo deja evidencias claras sobre su KoT procedimientos en cuanto al indicador *¿cómo se hace?*, progresivamente se observa cómo los demás van evidenciando su conocimiento sobre el *cuándo puede hacerse, por qué se hace así y características del resultado*. Es el cuarto quien evidencia su conocimiento sobre todos los indicadores de esta categoría, con la particularidad, además de que evidencia conocimiento sobre las *características del resultado* tanto en los resultados parciales como en el final.

En todos los casos los estudiantes han mantenido los resultados parciales en expresiones racionales, intentando realizar simplificaciones siempre que ha sido posible (KoT registros de representación) en distintos niveles de ejecución (es de destacar la producción del segundo estudiante al respecto, ver figura 5). Parece que son conscientes de la ventaja que supone este registro de representación frente a la realización indiscriminada de operaciones.

Tal y como muestran Martínez et al. (2015), les resulta complicado dar significado a las razones de proporcionalidad inversa que generan unidades del tipo *camiones·día*, que indican la cantidad de camiones que serían necesarios si solo hubiese un día para poder trabajar o la cantidad de días que serían necesarios si solo hubiese un camión disponible.

Ninguno de los estudiantes que realizaron la prueba usó el producto de magnitudes para reducir el número de las mismas, lo que no nos ha dejado evidencias del conocimiento que se podría movilizar en este caso.

Se puede ver una variación gradual sobre los indicios que tenemos del indicador *prácticas particulares del quehacer matemático (KPM)* desde el estudiante 1, que se limita a realizar una descripción del procedimiento, al estudiante 4 que muestra la importancia de la justificación para validar el resultado (KPM *procesos asociados a la resolución de un problema como forma de producir matemáticas*). Esta misma situación se refleja en la designación (KoT registros de representación) que cada uno de ellos realiza de las magnitudes, lo que evidencia sus debilidades y fortalezas en la concepción de las mismas (KoT definiciones, propiedades y sus fundamentos): mientras el estudiante 1 designa cada columna de datos con los términos que le sugiere el enunciado, alejados de la identificación de la magnitud, y no hace referencia a las unidades de medida de ninguna de ellas en fase alguna de la resolución, el estudiante 4 designa apropiadamente cada una de las magnitudes y les asocia unidades apropiadas. Los estudiantes 2 y 3 están en un punto intermedio entre ambos.

Dando respuesta a nuestra pregunta de investigación, ¿qué conocimiento especializado puede identificarse en el análisis de producciones de EPP cuando resuelven problemas de proporcionalidad numérica compuesta? vemos que cuanto mayor uso hacen de las unidades de medida para dar significado a las magnitudes y a las relaciones existentes entre ellas, las justificaciones que acompañan al procedimiento son más exhaustivas, mostrando, entonces, una mayor riqueza en el conocimiento especializado evidenciado en la proporcionalidad entre magnitudes.

A partir de aquí, como prospectiva de esta investigación, nos planteamos el diseño de actividades que involucren problemas de proporcionalidad en los que se potencie el conocimiento relacionado con las magnitudes y las unidades de medida que se pueden asociar a ellas teniendo en cuenta tanto los indicios de conocimiento especializado que han surgido como el conocimiento evidenciado y evocado, teniendo como fin último la caracterización del conocimiento especializado en proporcionalidad para los profesores de Educación Primaria.

6. REFERENCIAS

Aguilar, A. (2015). *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas. Un estudio de caso*. Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de: http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/12006.

Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Barrera-Castarnado, V. J., Liñán-Gacía, M. M. y Pérez-Bueno, B. (2017). El conocimiento especializado de los estudiantes para maestro en la resolución de problemas de magnitudes proporcionales: una propuesta didáctica. En J. Carrillo, L. C. Contreras y M. Montes (Eds.), *Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*. SGSE: Huelva.

Bassey, M. (1995). *Creating Education Through Research*. Edimburgo: British Educational Research Association.

Buforn, A., Fernández, C. y Llinares, S. (2015). El papel del conocimiento de matemáticas en la identificación de la comprensión de los estudiantes: el significado de razón. Comunicación presentada en el *XIV CIAEM*, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Mayo.

Buforn, A. y Fernández, C. (2014). Conocimiento de matemáticas especializado de los estudiantes para maestro de primaria en relación al razonamiento proporcional. *Boletim de Educaçao Matemática (BOLEMA), 28*(48), 21-41.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L .C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education.* https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981.

Escudero-Ávila, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria.* Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11456.

Fernández, C. y Llinares, S. (2011). De la estructura aditiva a la multiplicativa: efecto de dos variables en el desarrollo del razonamiento proporcional. *Infancia y Aprendizaje, 34*(1) 67-80.

Flores-Medrano, E. (2015). *Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)* .Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11503.

González, M. J. y Gómez, P. (2011). Magnitudes y medida. Medidas directas. En I. Segovia y L. Rico (Coords.), *Matemáticas para maestros* (pp. 351-374). Madrid, España: Pirámide.

Lesh, R. (1997). Matematización: la necesidad "real" de la fluidez en las representaciones. *Enseñanza de las Ciencias, 15*(3), 377-391.

Liñán-García, M. M. (2017). *Conocimiento Especializado en Geometría en un aula de 5º de Primaria*. Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de http://rabida.uhu.es/bitstream/handle/10272/14230/Conocimiento_especializado.pdf?sequence=6

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah. NJ: Lawence Erlbaum.

Martínez, S., Muñoz, J. M. y Oller, A. M. (2015). Estrategias utilizadas por estudiantes de distintos niveles educativos ante problemas de proporcionalidad compuesta. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 351-359). Alicante: SEIEM.

Martínez, S., Muñoz, J. M., Oller, A. M. y Ortega, T. (2017). Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2º de ESO. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 20*(1), 95-122.

Montes, M. (2015). *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas acerca del infinito. Un estudio de caso.* Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de http://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/10944/Conocimiento_especializado.pdf?sequence=4

Montes, M., Aguilar, A., Carrillo, J. y Muñoz-Catalán, M. C. (2014). MTSK: From common and horizon knowledge to knowledge of topics and structures. En B. Ubuz, C. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Actas del Cerme 8* (pp. 3185-3194). Antalya, Turquía: ERME.

Moriel-Junior, J. G. (2014). *Conhecimento especializado para ensinar divisão de frações*. Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de: http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/79e3fe1d66c40ff5d174dc92c84fc777.pdf

Muñoz-Catalán, M. C., Liñán-García, M. M., Ribeiro, C. M. (2017). Conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. *Cadernos de Pesquisa, 24,* n. Especial, set./dez. 2017. http://dx.doi.org/10.18764/2178-2229.v24nespecialp4-19

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Traducción SAEM Thales (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM Thales.

Ribeiro, C. M., Muñoz-Catalán, M. C., y Liñán-García, M. M. (2015). Discutiendo el conocimiento matemático especializado del profesor de infantil como génesis de aprendizajes futuros**.** En I. M. Gómez-Chacón, J. Escribano, A. Kuzniak y P. R. Richard. *Actas cuarto congreso internacional ETM* (pp. 575-590), Universidad Complutense de Madrid, San Lorenzo del Escorial: ETM4. Recuperado de http://www.mat.ucm.es/imi/ETM4/ETM4libro-final.pdf

Rivas, M. A. Godino, J. D. y Castro, W. F. (2012). Desarrollo del conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria. *Boletim de Educaçao Matemática (BOLEMA), 26*(42 B), 559-588.

Rojas, N. (2014). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos.* Tesis doctoral: Universidad de Granada. España.

Sánchez, E. A. (2013). Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: Una mirada desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(1), 65-97.

Schoenfeld, A. H., y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. Woods (Eds.), *Tools and processes in Mathematics Teacher Education. International handbook of mathematics teacher education* 2 (pp. 321-354). Roterdam: Sensepublisher.

Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think.* Nueva York: Routledge.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research. Third edition* (pp. 443-166). Thousand Oaks: Sage Publications

Star, J. y Rittle-Johnson, B. (2009). Making algebra work: Instructional strategies that deepen student understanding, within and between representations. *ERS Spectrum*, 27 (2), 11-18.

Strauss, A., y Corbin, J. (1994). Grounded Theory Methodology. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.) *Handbook of Qualitative Research* (pp. 217-285). Thousand Oaks: Sage Publications.

Vasco, D. L. (2015). *Conocimiento especializado del profesor de álgebra lineal: un estudio de casos en el nivel universitario.* Tesis doctoral: Universidad de Huelva. Recuperado de http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11901

Valverde, A. G. y Castro, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 523-531). Santander, España: SEIEM.

INFORMACIÓN SOBRE LOS AUTORES

Beatriz Pérez Bueno. Licenciada en Ciencias Físicas por la Universidad de Zaragoza, Máster en Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas y realizando su tesis doctoral por la universidad de Huelva bajo la línea: Formación inicial y desarrollo profesional del profesorado en Didácticas Específicas. Sus intereses de investigación están orientados a la enseñanza y el aprendizaje de aquellos fenómenos y conceptos físicos en los que exista una relación de proporcionalidad entre sus magnitudes, utilizando las unidades de medida como herramienta significativa dejando, así, a un lado el uso memorístico de fórmulas algebraicas. Actualmente es docente en el Centro Cardenal Spínola CEU, tanto en el Grado de Educación Primaria, como de Educación Infantil.

✉ bperez@ceuandalucia.es

Mª Mar Liñán García. Doctora en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Huelva, Profesora Titular del Área de Didáctica de la Matemática en el Centro Cardenal Spínola CEU (adscrito a Universidad de Sevilla) y Profesora Asociada de la Universidad de Sevilla en la misma área. Miembro del Study Group del Real Colegio Complutense at Harvard Studying and improving Mathematics instruction in secondary schools in Spain (SiMiS), de la Red temática de Excelencia RED8-Educación Matemática y Formación de profesores, del Grupo de investigación en Educación Matemática (GIEM) Universidad de Sevilla: FQM226, de la Red Iberoamericana MTSK y del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática, SIDM, de la Universidad de Huelva, siendo su línea de investigación el conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas.

✉ mlinan@ceuandalucia.es

Víctor Barrera Castarnado. Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Granada. DEA presentado en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Doctorando en el Programa IECAD de la Universidad de Huelva. Profesor del Área de Matemáticas del Centro de Estudios Superiores Cardenal Spínola- CEU desde octubre de 1995 y Profesor Asociado del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Sevilla desde 2010. Miembro del Study Group Studying and improving Mathematics instruction in secondary schools in Spain(SiMiS) del Real Colegio Complutense at Harvard. Miembro de la Red temática de Excelencia RED8-Educación Matemática y Formación de profesores. Miembro del Grupo de investigación en Educación Matemática (GIEM) Universidad de Sevilla: FQM226. Miembro de la Red Iberoamericana MTSK. Miembro del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática, SIDM, de la Universidad de Huelva. Participa actualmente en el Proyecto de Innovación docente El desarrollo profesional del formador de maestros desde la elaboración y análisis de la puesta en práctica de casosde la Universidad de Huelva.

Líneas de investigación: "Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor de Matemáticas".

✉ vbarrera@ceuandalucia.es

Formación del profesorado de Educación Física en TIC: Modelo TPACK

Training physical education teachers in ICT: TPACK model

CARLOS FERNÁNDEZ-ESPÍNOLA
Departamento de Didácticas Integradas. Universidad de Huelva
LAURA LADRÓN-DE-GUEVARA
Centro de Estudios Universitario Cardenal Spínola CEU
BARTOLOMÉ J. ALMAGRO
Departamento de Didácticas Integradas. Universidad de Huelva
JOSÉ ANTONIO REBOLLO
Departamento de Didácticas Integradas. Universidad de Huelva

Recibido: 28/05/2018
Aceptado: 25/06/2018

RESUMEN

El objetivo principal de este estudio fue analizar la formación en TIC del profesorado de Educación Física (EF) de Educación Primaria, de acuerdo con el modelo TPACK. Se administró la traducción al español del cuestionario TPACK y la escala de autoeficacia computacional, junto a otros ítems para medir el uso de Internet. La muestra del estudio fue de un total de 60 docentes correspondientes a 40 centros educativos de Sevilla y Huelva. Los resultados mostraron que los docentes se sienten competentes en los diferentes conocimientos que propone el modelo, destacando el componente pedagógico y de contenido. Asimismo, el profesorado se autovalora eficaz en diversas acciones con la tecnología, utilizando Internet a diario con un motivo más social que profesional. En cuanto a las variables más importantes del estudio (4 tipos de conocimientos del TPACK y la autoeficacia computacional) se encontraron correlaciones positivas. Concretamente, en los conocimientos tecnológicos (TK, PCK+TPK+TPACK) las correlaciones con la autoeficacia computacional fueron más altas.

PALABRAS CLAVES
Tecnologías de la Información y la Comunicación, Educación Física, Educación Primaria, Docentes, TPACK, Autoeficacia computacional.

ABSTRACT

The main aim of this study was to analyze the training in ICT of Primary Physical Education teachers, according to this model. The Spanish translation of the TPACK survey and Computer Self-Efficacy scale was administered along items to measure the Internet use. A sample of 60 physical education teachers from 40 schools in Seville and Huelva were selected. The results revealed that TPACK perceptions of physical education teachers were at satisfactory levels, especially in the pedagogical component and content knowledge. Also, the teachers showed acceptable levels in the computer self-efficacy scale, by means of using the Internet daily with a social purpose rather than professional. Positive correlations were found in terms of the most important variables of the study (4 types of knowledge of the TPACK and self-efficacy in the use of ICT). Specifically, the technological knowledge (TK, PCK+TPK and TPACK) correlations with computer self-efficacy were higher.

KEYWORDS
Information and Communications Technologies, Physical Education, Elementary Education, Teachers, TPACK, Computer Self-efficacy.

Para citar este artículo: Fernández Espínola, C., Ladrón-de-Guevara, L. Almagro, B. J. y Rebollo-González, J. A. . (2018). Fomación del profesorado de Educación Física en TIC: Modelo TPACK. *EA, Escuela Abierta*, 21, 65-75. doi:10.29257/EA21.2018.05

1. INTRODUCCIÓN

En la sociedad de la información y la comunicación no se puede dudar del papel fundamental que tienen las tecnologías digitales en el ámbito educativo (Sevillano y Fuero, 2013). Sin embargo, durante un gran periodo de tiempo, las políticas educativas que se encargan de incorporar las tecnologías de la información y la comunicación (de ahora en adelante TIC) en los centros educativos han estado más preocupadas de incrementar la dotación de recursos y medir los usos de la tecnología que de tomar medidas para mejorar la formación permanente del profesorado. En este sentido, una de las principales medidas que puede asegurar el uso de las TIC en los centros, es que progrese la formación de los docentes en relación a la tecnología (Fernández-Díaz y Calvo, 2012).

1.1. Formación TIC del profesorado

En los últimos años, los centros educativos han presentado dificultades para integrar y aprovechar los recursos TIC de manera adecuada tanto en el aula, como en la formación del profesorado y en la evaluación de la repercusión que tiene el uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Pérez-Rodríguez, Aguaded y Fandos, 2010).

El creciente uso de la tecnología multimedia y la entrada de las web 2.0 han cambiado los contextos y las formas de aprender, incrementando también las oportunidades para el aprendizaje (Rebollo-Catalán, Vico-Bosch y García-Pérez, 2015).

Las redes sociales son otro recurso que permite el aprendizaje colaborativo dentro de una educación formal. Sin embargo, es más habitual que para aprender a usar redes sociales y aprender más sobre TIC se acuda con mayor frecuencia a contextos informales que formales (Rebollo-Catalán *et al*., 2015).

En este sentido, la escritura científica ha informado que no solo el contexto de aprendizaje es un factor importante para usar las redes sociales sino también los motivos de ese uso. Según Jiménez-Cortés, Rebollo-Catalán, García-Pérez y Buzón-García (2015), los motivos principales por los que se usan las redes sociales son: relacionarse con los demás, mantenerse informados y entretenerse.

1.2. Autoeficacia percibida en el uso de las TIC

La autoeficacia percibida hace referencia a "los juicios de cada individuo sobre sus propias capacidades, en base a los cuales organizará y ejecutará sus actos de modo que le permitan alcanzar el rendimiento deseado" (Bandura, 1987, p. 416). En otras palabras, es un juicio personal sobre las capacidades propias para alcanzar una meta de la forma más exitosa posible. La autoeficacia también es un elemento de motivación que repercute en los sujetos aumentando el esfuerzo y la perseverancia para no desistir frente a dificultades (López, Sanabria y Sanabria, 2014).

Existe un término que relaciona las TIC con la autoeficacia percibida, se trata de la autoeficacia computacional. Este concepto se define como "el juicio subjetivo sobre las habilidades computacionales que posee la persona"(Durán-García y Durán-Aponte, 2013, p. 249), es decir, las habilidades que una persona posee con respecto a un ordenador y la informática.

Semiz e Ince (2012) y Cengiz (2014) en sus estudios, proponen identificar y examinar las relaciones entre la autoeficacia tecnológica, las expectativas de resultados y el conocimiento tecnológico pedagógico del contenido con respecto a las TIC en los docentes de Educación Física (EF).

1.3. Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido: El modelo TPACK

El uso de las TIC por parte de los docentes debe estar dirigido hacia tres componentes del conocimiento: tecnológico, pedagógico y disciplinar o conceptual (Cózar, Zagalaz y Sáez, 2015). El modelo *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK), encaja en este planteamiento.

Este modelo tiene su origen con Shulman (1987), que propone la existencia de un cierto dominio del conocimiento didáctico que se va a impartir, en el cual se incluye tanto la pedagogía (métodos de enseñanza, necesidades de los estudiantes, preparación, etc.) como el contexto en el que enseñan los docentes (Semiz y Ince, 2012). Sirviéndose de esta idea de Shulman, surge el modelo TPACK, elaborado y popularizado años después por Mishra y Koehler (2006) y Mishra y Koehler (2008).

De acuerdo con este modelo, para que un profesor esté capacitado para incorporar las TIC en las aulas, no es suficiente con tener dominio en estas tres áreas de conocimiento por separado, sino que debe ser capaz de comprenderlas y percibirlas como elementos que se interrelacionan e interaccionan entre sí (Cabero, 2014; Cabero y Barroso, 2016). La comprensión de este conocimiento está por encima y más allá de entender la tecnología, el contenido, o la pedagogía aisladamente, sino más bien como una forma emergente que entiende cómo estas formas de conocimiento interactúan unos con otros (Mishra y Koehler, 2008).

En España, algunos autores (Cabero, 2014; Cabero, Marín y Castaño, 2015; Roig y Flores, 2014) han tratado de analizar la formación del profesorado en TIC; para ello seleccionaron uno de los cuestionarios más usado para dictaminar el modelo TPACK del profesorado, en concreto el elaborado por Schmidt et al. (2009). Dicho cuestionario estaba diseñado para cuatro áreas temáticas diferentes: matemáticas, lenguaje, ciencias y ciencias sociales.

Semiz e Ince (2012) adaptaron el cuestionario al área de EF con la ayuda de un experto en actividad física con un doctorado en el campo de la pedagogía deportiva. Desde entonces, a nivel internacional algunos estudios han empezado a prestar atención a la formación del profesorado en EF con respecto a las TIC, empleando el modelo TPACK para evaluar el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido de los docentes (Arslan, 2015; Cengiz, 2014; Juniu, 2011). En España, son pocos los estudios que se han centrado en analizar el uso de las TIC por parte del profesorado de EF (Prat, Camerino, y Coiduras, 2013) o la formación en competencias tecnológicas de los docentes de EF (Blasco, Mengual y Roig, 2007; Pla-Campàs y Juncà, 2015).

El objetivo principal de este estudio fue analizar la formación TIC del profesorado de EF de Educación Primaria, de acuerdo con el modelo TPACK, y el nivel de autoeficacia percibida que poseen los docentes de EF en activo, estudiando las relaciones entre estas variables. Otro propósito fue describir la frecuencia, medios y motivos por los cuales los docentes de EF utilizan Internet y las redes sociales.

2. MÉTODO

2.1. Diseño

El presente estudio corresponde a un diseño selectivo transversal, por consiguiente, se trata de una investigación empírica con estrategia descriptiva, respondiendo a un muestreo intencional o de conveniencia (Ato, López y Benavente, 2013).

2.2. Muestra del estudio

La muestra estuvo formada por 60 docentes de EF en la etapa de Educación Primaria pertenecientes a 40 centros educativos de las provincias de Sevilla y Huelva. De los cuales eran 42 hombres y 18 mujeres, de edades comprendidas entre los 27 y los 58 años (M = 41; DT = 7,67), y con una media de antigüedad impartiendo clases de 14,5 años (DT = 7,99). En concreto, 37 docentes eran de centros de Sevilla y 23 de Huelva. La mayoría de los encuestados tenían de formación inicial la diplomatura en EF (73,33 %) y el 51,67% poseía formación específica en TIC (cursos en pizarras digitales, Guadalinex, diseño de páginas web, blogs, etc.).

2.3. Instrumentos

Para la recogida de datos se utilizaron tres cuestionarios encabezados por una primera parte con cuestiones sobre información sociodemográfica en la que se preguntó el género, la edad, el centro en el que imparten clases, años de antigüedad como docentes y formación del profesorado.

Preguntas sobre el uso de Internet.

Con el objetivo de describir los motivos, dispositivos y frecuencia con que utilizan las TIC, se realizaron cuestiones de elaboración propia, en las que se preguntó la frecuencia con la que usan Internet a la semana y a diario, dispositivo que utilizan para conectarse, redes sociales que usan habitualmente y motivo de su uso.

Cuestionario TPACK para docentes de Educación Física.

Los diferentes tipos de conocimientos que tienen los docentes se abordaron con una versión en castellano del cuestionario TPACK para docentes de EF (Ladrón-de-Guevara, Almagro y Cabero, en revision). Dicho cuestionario está formado por 30 ítems distribuidos en 4 tipos de conocimientos, con una escala de respuesta tipo Likert de 1 a 5, donde 1 correspondía a muy en desacuerdo y 5 a muy de acuerdo. La distribución de los ítems según el tipo de conocimiento fue como se detalla a continuación: conocimiento tecnológico (TK; 7 ítems); conocimiento del contenido (CK; 3 ítems); conocimiento pedagógico y conocimiento pedagógico del contenido (PK + PCK; 8 ítems); conocimiento tecnológico del contenido, conocimiento tecnológico pedagógico y conocimiento tecnológico pedagógico del contenido (TPK + TCK + TPACK; 12 ítems). En este estudio se obtuvieron valores del alfa de Cronbach de 0,92 para el factor TK; 0,94 para el CK; 0,94 para el PK + PCK; y de 0,92 para TPK + TCK + TPACK.

Escala de autoeficacia percibida en el uso del ordenador.

Por último, para identificar el nivel de autoeficacia percibida en el uso de las TIC por parte de los docentes de EF se usó una versión traducida al castellano (Rebollo-Catalán *et al.*, 2015) de la Computer Self-Efficacy Scale (Howard, 2014). La escala está formada por 12 ítems con una escala de respuesta tipo Likert, con cinco opciones de respuesta que oscilaba entre 1 (muy en desacuerdo) y 5 (muy de acuerdo). La consistencia interna medida a través del alfa de Cronbach fue de 0,96 para este estudio.

2.4. Procedimiento

En primer lugar, se prepararon los cuestionarios para poder administrarlos de forma presencial y de forma telemática. Para comenzar la recogida de datos se contactó con docentes de EF, explicándoles el objetivo del estudio y solicitándoles su colaboración. La recogida de datos fue distinta para las dos provincias en las que se obtuvo la muestra de la investigación. En Sevilla durante la distribución de los cuestionarios estuvo presente el investigador principal o terceras personas capacitadas para solventar todas las dudas a la hora de rellenar el cuestionario. En Huelva, por el contrario, se envió el mismo cuestionario formato on-line.

2.5. Análisis de los datos

En primer lugar, se depuró la matriz de datos y se calculó la fiabilidad de los instrumentos. Posteriormente, se realizó un análisis descriptivo y de correlaciones bivariadas entre las principales variables del estudio. Los diferentes análisis se llevaron a cabo con el programa estadístico SPSS 23.

Tabla 1

Frecuencia y dispositivo de uso para conectarse a Internet

Variables	Categorías/Valores Extremos	Media/Porcentajes
Frecuencia de uso de Internet (Semanal)	Min = 1 Max = 7	6,66 (DT = 1,03)
Frecuencia de uso de Internet (Diario)	Min = 10 Max = 500	105,5 (DT = 87,09)
Dispositivo de uso	Solo móvil	1,67 %
	Solo ordenador	5 %
	Solo tablet	0 %
	Móvil y ordenador	35 %
	Móvil y tablet	6,67 %
	Ordenador y tablet	1,67 %
	Móvil, ordenador y tablet	50 %

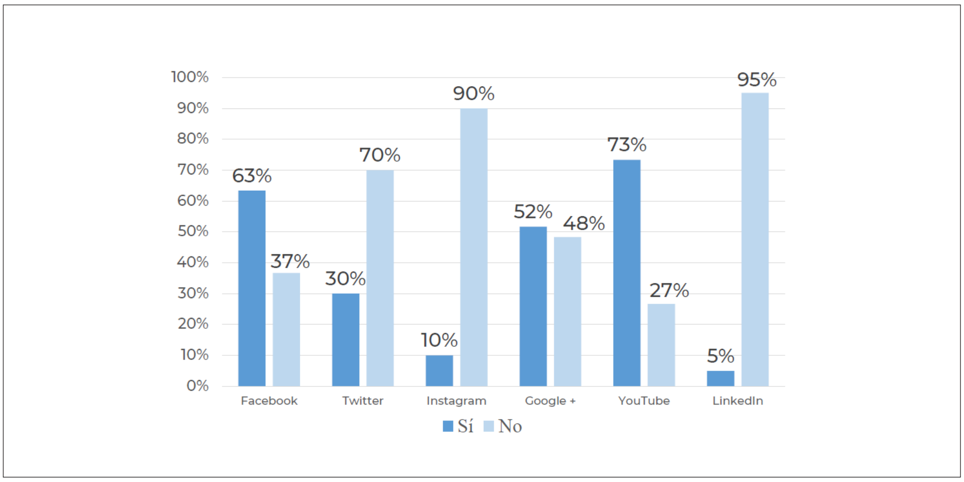
Nota. DT = Desviación típica; Min = Valor mínimo; Max = Valor máximo.

3. RESULTADOS

Como se puede ver en la Tabla 1, los docentes encuestados utilizan Internet casi todos los días (M = 6,66, DT = 1,03) y con un uso medio de 105,5 minutos al día (DT= 87,09). También se puede observar que el 50% usa habitualmente tres dispositivos para conectarse a Internet (móvil, tablet y ordenador).

Figura 1

Uso de las redes sociales entre los docentes de EF de Primaria.



Los resultados muestran que las redes sociales que más usan los docentes de EF de esta muestra son YouTube, Facebook y Google + (ver Figura 1). Mientras que las redes sociales que menos emplean en orden decreciente son: Twitter (30%), Instagram (10%) y LinkedIn (5%).

Los docentes de EF utilizan las redes sociales por varios motivos (ver Figura 2): el 65% utiliza las redes para relacionarse con otras personas, el 42% les da uso con un perfil profesional, el 27% de los encuestados utiliza las redes sociales para promocionar su centro y un 18% hace uso de las redes sociales para expresarse abiertamente. Sólo el 22% de los docentes utiliza las redes sociales con un motivo diferente (en la Figura 2, "Otros"), siendo las redes sociales fuente de información para su trabajo, como el más destacado.

En la Tabla 2 se muestran los estadísticos descriptivos (las puntuaciones medias y desviaciones típicas) y las correlaciones bivariadas obtenidas de los cuatro tipos de conocimientos que mide la versión para EF del TPACK, así como de la autoeficacia percibida en el uso del ordenador por parte de los docentes. La variable que obtuvo una puntuación media mayor fue el conocimiento del contenido (M = 4,27) seguida del conocimiento pedagógico y pedagógico del contenido (M = 4,21).Como se puede observar en la Tabla 2, todas las variables correlacionaron de forma positiva y estadísticamente significativa entre ellas. En concreto, entre los conocimientos tecnológicos (TK, TCK + TPK + TPACK) y la autoeficacia computacional se encontraron las correlaciones más altas.

Figura 2

Motivos para usar las redes sociales.

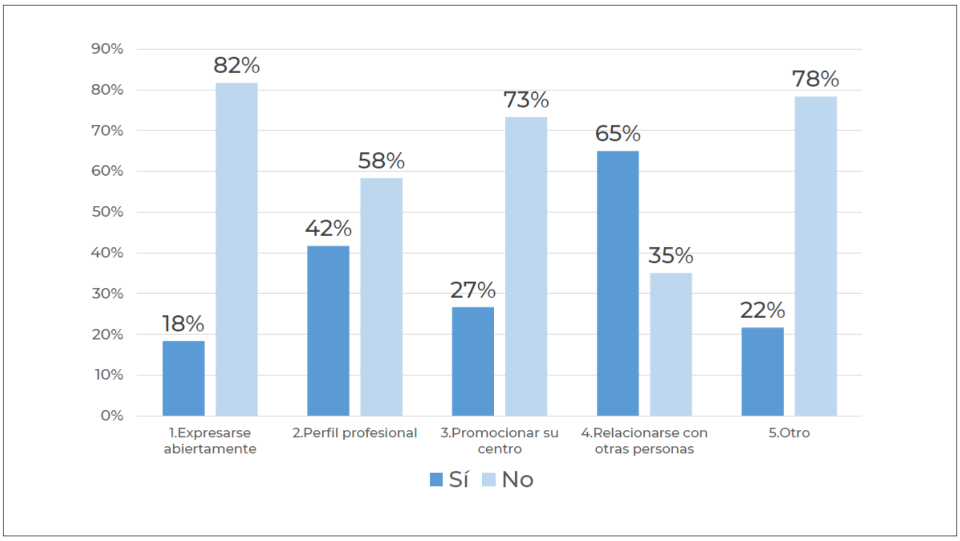


Tabla 2

Estadísticos descriptivos y correlaciones bivariadas

Variables	M	DT	1	2	3	4	5
1. Conocimiento Tecnológico (TK)	3,51	0,77	-	0,49**	0,49**	0,79**	0,81**
2. Conocimiento del Contenido (CK)	4,27	0,72	-	-	0,61**	0,51**	0,29*
3. Conocimiento Pedagógico y Conocimiento Pedagógico del Contenido (PK + PCK)	4,21	0,56	-	-	-	0,67**	0,35**
4. Conocimiento Tecnológico del Contenido, Conocimiento Tecnológico Pedagógico y Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TCK + TPK + TPACK)	3,68	0,60	-	-	-	-	0,68**
5. Autoeficacia en el uso del ordenador	3,42	0,80	-	-	-	-	-

4. DISCUSIÓN

El objetivo principal del estudio fue analizar la formación TIC que tenían los docentes de EF de acuerdo al modelo TPACK y la autoeficacia percibida en el uso del ordenador. Los resultados muestran que los docentes se sienten competentes en los 4 tipos de conocimientos que se midieron con la versión española del cuestionario TPACK para EF (Ladrón-de-Guevara et al., en revisión), teniendo en cuenta que las puntuaciones superan en todos los casos una puntuación media de 3,5 puntos. Las puntuaciones medias más altas fueron en el conocimiento de contenido (4,27), seguida muy de cerca por el conocimiento pedagógico y conocimiento pedagógico del contenido (4,21), mostrando que los docentes perciben que su nivel de formación es alto en cuanto a recursos didácticos y conocimientos sobre el área de EF. Estos resultados van en la línea de lo encontrado por estudios realizados en otros países (e.g., Baert y Stewart, 2014; Cengiz, 2014; Semiz e Ince, 2012).

Se puede observar que la puntuación media más baja fue en el conocimiento tecnológico (3,51). Asimismo, el factor formado por el Conocimiento Tecnológico del Contenido, Conocimiento Tecnológico Pedagógico y Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TCK + TPK + TPACK) no obtuvo una media muy alta (3,68). Resultados que coinciden en parte con los obtenidos por Cabero (2014), en los cuales se obtuvo que los docentes que participaron en el estudio se autovaloraban de forma positiva en los 7 tipos de conocimientos que conforman el modelo TPACK, destacando sobre todo la puntuación más alta en conocimientos pedagógicos al igual que en este estudio. Por el contrario, los resultados obtenidos en el componente tecnológico y todas sus posibles combinaciones difieren con los de esta investigación, y es que el conocimiento tecnológico y sus uniones (TK, TCK, TPK, TPACK) mostraron puntuaciones más elevadas que el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido.

En este sentido, Semiz e Ince (2012) destacan que aunque los niveles de conocimiento tecnológico pedagógico del contenido son satisfactorios, los docentes de EF no son buenos modelos en la utilización de la tecnología. Los resultados sugieren iniciar el camino hacia el cambio, ya que existe la necesidad de modificar la formación TIC centrada preferentemente en componentes tecnológicos (Cabero, 2014).

Por otro lado, Bustos (2012) defiende que el juicio de la persona sobre su capacidad para manejar ordenadores o recursos tecnológicos está íntimamente relacionado con la confianza de un docente para enseñar utilizando tecnología digital. En este sentido, en lo que respecta al nivel de autoeficacia percibida en el uso de los ordenadores por parte de los docentes de EF en activo, los resultados obtenidos sugieren que los docentes se sienten autoeficaces en diferentes acciones (e.g. en el manejo de programas informáticos), pero no con total seguridad (se obtuvo una media de 3,42 sobre 5).

Otro propósito del estudio era describir la frecuencia, medios y motivos por los cuales los docentes de EF utilizan Internet y las redes sociales. Los resultados muestran que los docentes de EF utilizan Internet prácticamente a diario (M = 6,66), coincidiendo con lo encontrado por Prat et al. (2013). En cuanto a los dispositivos que utilizan para conectarse a Internet, destaca que la mitad de los docentes encuestados utilizan tres dispositivos diferentes para navegar en la red: móvil, tablet y ordenador.

Por último, con respecto a las redes sociales, las más utilizadas por los docentes de EF son Facebook, YouTube y Google+. El motivo más destacado, por el que los docentes utilizan las redes sociales es principalmente para relacionarse con otras personas, coincidiendo con otros estudios en los que se mostraba que los motivos principales por los cuales se usan las redes sociales son prioritariamente relacionales (Rebollo-Catalán y Vico-Bosch, 2014; Jiménez-Cortés et al., 2015). Asimismo, Rebollo-Catalán et al. (2015) señalan que existen diferentes motivaciones para utilizar las redes sociales, destacando entre ellos motivos sociales, como reducir la distancia geográfica y relacionarse con diferentes personas.

En cuanto a los resultados del análisis de correlación, se encontraron correlaciones positivas y estadísticamente significativas entre los conocimientos tecnológicos (TK, PCK + TPK + TPACK) y la autoeficacia percibida en el uso de los ordenadores. En este sentido, otros estudios han mostrado anteriormente esta relación positiva entre la autoeficacia computacional percibida y el modelo TPACK (Cengiz, 2014; Semiz y Ince, 2012).

5. CONCLUSIONES

Tras analizar los resultados del estudio, podemos dar respuesta a los objetivos planteados, llegando a las siguientes conclusiones:

Los docentes de EF se sentían competentes en todos los niveles de conocimiento del modelo TPACK, sobresaliendo los conocimientos sobre el área de EF y sus orientaciones metodológicas para impartir una clase. Por otro lado, hay que destacar que en el conocimiento tecnológico y sus diferentes combinaciones se autovaloraban con menor puntuación que el resto. Esto nos lleva a la conclusión de que existe la necesidad de cambio, no hay que formar a los docentes en TIC de forma aislada, sino teniendo en cuenta el componente pedagógico y de contenido.

En cuanto a la autoeficacia percibida en relación a los ordenadores, los docentes de EF mostraron que son capaces de realizar múltiples acciones con un ordenador, pero sin llegar a percibirse como personas eficientes en el manejo del mismo. Por ello, hay que generar confianza en los docentes para que puedan realizar prácticas novedosas de poca transcendencia que conduzcan gradualmente a un cambio, posibilitando la integración de innovaciones de mayor envergadura.

Por los datos recogidos se pudo observar que los docentes de EF están muy vinculados a la tecnología en su vida diaria, utilizando Internet prácticamente a diario, conectándose a la red con hasta tres dispositivos diferentes y usando principalmente las redes sociales para relacionarse con otras personas. Podemos afirmar que la tecnología ha revolucionado el mundo social, sin embargo, aún necesita incorporarse con éxito al mundo de la enseñanza.

Finalmente, con respecto a futuras líneas de investigación, sería interesante realizar el estudio con docentes de EF de otros niveles educativos (secundaria y universitario), o realizar diseños cuasi-experimentales donde se impartiera un curso de formación en el uso de las TIC adaptado específicamente al área de EF y comprobar la efectividad de la intervención.

6. REFERENCIAS

Ato, M., López, J. J. y Benavente, A. (2013). Un sistema de clasificación de los diseños de investigación en psicología. *Anales de Psicología, 29*(3), 1038-1059.

Arslan, Y. (2015). Determination of technopedagogical content knowledge competencies of preservice physical education teachers: A Turkish sample. *Journal of Teaching in Physical Education, 34*(2), 225-241. https://doi.org/10.1123/jtpe.2013-0054

Baert, H. y Stewart, A. (2014). The effects of role modeling on technology integration within physical education teacher education. *JTRM in Kinesiology*, *26*, 1-26. Recuperado de https://eric.ed.gov/?id=EJ1053415

Bandura, A. (1987). *Pensamiento y acción: Fundamentos sociales*. Barcelona: Martínez Roca.

Blasco, J. E., Mengual, S. y Roig, R. I. (2007). Competencias tecnológicas en el espacio europeo de educación superior. Propuesta de formación del maestro especialista en educación física. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, *11*(2), 1-16. Recuperado de http://www.ugr.es/~recfpro/rev112ART10.pdf

Bustos, C. E. (2012). Creencias docentes y uso de Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación en profesores de cinco establecimientos chilenos de educación básica y media. *Universitas Psychologica,11*(2), 511-521. Recuperado de http://www.javeriana.edu.co/universitaspsychologica/articulo.php?art=302

Cabero, J. (Dir.) (2014). *La formación del profesorado en TIC: Modelo TPACK*. Sevilla: Secretariado de Recursos audiovisuales y Nuevas Tecnologías de la Universidad de Sevilla.

Cabero, J. y Barroso, J. (2016). ICT teacher training: a view of the TPACK model / Formación del profesorado en TIC: una visión del modelo TPACK. *Cultura y Educación*, *28*(3), 633-663. Recuperado de http://dx.doi.org/10.1080/11356405.2016.1203526

Cabero, J., Marín, V. y Castaño, C. (2015). Validación de la aplicación del modelo TPACK para la formación del profesorado en TIC. *@tic. Revista d'Innovació Educativa*, *14*, 13-22. https://doi.org/10.7203/attic.14.4001

Cengiz, C. (2014). The development of TPACK, Technology Integrated Self-Efficacy and Instructional Technology Outcome Expectations of pre-service physical education teachers. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 43 (5), 411-422. https://doi.org/10.1080/1359866X.2014.932332

Cózar, R., Zagalaz, J. y Sáez, J. M. (2015). Creating digital curricular contents of Social Sciences for Primary Education. A TPACK experience for future teachers. *Educatio Siglo XXI, 33*(3), 147-167.http://dx.doi.org/10.6018/j/240921

Durán-García, M. E. y Durán-Aponte, E. E. (2013). Conceptos de calor y trabajo en un foro electrónico. Efectos de la autoeficacia computacional. *Educación Química, 24*(2), 247-254. Recuperado de http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0187893X13724698

Fernández-Díaz, E. y Calvo, A. (2012). In-service teacher education in the innovatory use of ICT. An action research in Pre-school and Primary Education. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 16*(2), 403-418. Recuperado de http://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/issue/view/2345

Howard, M. C. (2014). Creation of a Computer Self-Efficacy Measure: Analysis of internal consistency, psychometric properties, and validity. *Cyberpsychology, Behavior, and Social Networking, 17*(10), 677-681. https://doi.org/10.1089/cyber.2014.0255

Jiménez-Cortés, R., Rebollo-Catalán, A., García-Pérez, R. y Buzón-García, O. (2015). Motivos de uso de las redes sociales virtuales: Análisis de perfiles de mujeres rurales. *RELIEVE, 21*(1), 1-17. https://doi.org/10.7203/relieve.21.1.5153

Juniu, S. (2011). Pedagogical uses of technology in physical education. *Journal Education, Recreation y Dance, 82*(9), 41-49. https://doi.org/10.1080/07303084.2011.10598692

Ladrón-de-Guevara, L., Almagro, B. J. y Cabero, J. (en revisión). *Conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar (TPACK) en docentes de Educación Física.* Manuscrito en proceso de revisión para su publicación.

López, O., Sanabria, L. B. y Sanabria, M. (2014). Logro de aprendizaje en ambientes computacionales: autoeficacia, metas y estilo cognitivo. *Psicología desde el Caribe, 31*(3), 475-494. https://doi: 10.14482/psdc.31.3.5366

Mishra, P. y Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, *108*(6), 1017-1054. https://doi: 10.1111/j.14679620.2006.00684.x

Mishra, P. y Koehler, M. J. (2008). Introducing technological pedagogical content knowledge. Paper presented at the *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New York, March 1-16. (Conference Presentation).

Pérez-Rodríguez, M. A., Aguaded, J. I. y Fandos, M. (2010). A properly policy and the permanent teacher's training, key in the ITC Centre impulse in Andalusia (Spain). *Estudios Pedagógicos, 35*(2), 137-154. https://doi: 10.4067/S0718-07052009000200008

Pla-Campàs, G. y Juncà, A. (2015). Hacia la digitalización ideal del profesorado de educación física. *Tándem. Didáctica de la Educación Física, 49.*

Prat, Q., Camerino, O. y Coiduras, J. LL. (2013). Introducción de las TIC en educación física. Estudio descriptivo sobre la situación actual. *Apunts. Educación Física y Deportes, 113*(3), 37-44. https://doi: 10.5672/apunts.2014-0983.es.(2013/3).113.03

Rebollo-Catalán, A. y Vico-Bosch, A. (2014). El apoyo social percibido como factor de inclusión digital de las mujeres de entorno rural en las redes sociales virtuales. *Comunicar, 43*(22), 173-180. https://doi: 10.3916/C43-2014-17

Rebollo-Catalán, A., Vico-Bosch, A. y García-Pérez, R. (2015). El aprendizaje de las mujeres de las redes sociales y su incidencia en la competencia digital. *Revista Prisma Social, 15,* 122-146. Recuperado de http://www.isdfundacion.org/publicaciones/revista/numeros/15/secciones/tematica/t_04_mujeres-rrss.html

Roig, R. y Flores, R. (2014). Conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinario del profesorado: el caso de un centro educativo inteligente. *EDUTEC: Revista Electrónica de Tecnología Educativa, 47,* 1-17. http://dx.doi.org/10.21556/edutec.2014.47.93

Schmidt, D., Baran, E., Thompson, A., Mishra, P., Koehler, M. J. y Shin, T. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK): The development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of Research on Technology in Education, 42*(2), 123-149..

Semiz, K. y Ince, M. L. (2012). Pre-service physical education teachers' technological pedagogical content knowledge, technology integration self-efficacy and instructional technology outcome expectations. *Australasian Journal of Educational Technology, 28*(7), 1248-1265.

Sevillano, M. L. y Fuero, R. (2013). Initial ICT training for teachers: An analysis in Castilla-La Mancha. *Profesorado, 17*(3), 151-183. Recuperado de http://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/issue/view/2342

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57* (1), 1-22.

NOTA

1. Usamos la denominación profesor de Educación Primaria en lugar de maestro de Educación Primaria dado que los grados universitarios en España titulan por igual la formación inicial de todo tipo de docentes dentro de la educación reglada.

INFORMACIÓN SOBRE LOS AUTORES

Carlos Fernández-Espínola. Graduado en Educación Primaria con mención en Educación Física (CEU Cardenal Spínola) y Máster en Educación Físico-Deportiva (Universidad de Huelva). Doctorando de la Universidad de Huelva y está contratado como personal investigador no doctor en la Universidad de Huelva. Su principal línea de investigación está vinculada con la enseñanza de la Educación Física y las nuevas tecnologías.

carlos.fernandez@ddi.uhu.es

Laura Ladrón de Guevara. Diplomada en Magisterio Educación Física (CEU Cardenal Spínola, licenciada en Ciencias de la Actividad Física y el Deporte (Universidad de Granada) y Máster Oficial en Educación y TIC E-Learning (Universidad Abierta de Cataluña). Doctoranda de la Universidad de Sevilla y Profesora del Departamento de Actividad Física y Deporte del CEU Cardenal Spínola CEU (adscrito a la Universidad de Sevilla). Su principal línea de investigación está relacionada con las nuevas tecnologías y la Educación Física.

lguevara@ceuandalucia.es

Bartolomé Jesús Almagro. Licenciado en Ciencias de la Actividad Física y del Deporte (Universidad de Granada) y Doctor por la Universidad de Huelva con Mención Europea. Profesor Ayudante Doctor de la Universidad de Huelva. Director del Máster Universitario en Investigación en Educación Física y Ciencias del Deporte. Sus principales líneas de investigación versan sobre enseñanza, motivación, nuevas tecnologías y validación de instrumentos de medida para el ámbito de la actividad física y el deporte.

almagro@dempc.uhu.es

José Antonio Rebollo. Doctor por la Universidad de Huelva. Profesor Asociado de la Universidad de Huelva (Departamento de Didácticas Integradas) y Funcionario de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía. Su actual actividad docente universitaria se centra en la Enseñanza de la Educación Física en el Grado de Educación Infantil. Sus principales líneas de investigación giran en torno a la Educación Física y el Deporte. Es autor de publicaciones en revistas y libros, y ha dirigido tesis doctorales relacionadas con el área.

joseantonio.rebollo@dempc.uhu.es

Una experiencia de aula basada en los juegos de magia como herramienta pedagógica en Educación Primaria

A Classroom Experience based on Magic Games as a Pedagogical Tool in Primary Education

IGNACIO GONZÁLEZ-PUELLES DE ANTONIO

Escuela Universitaria CEU de Magisterio de Vigo

Mª SANDRA FRAGUEIRO BARREIRO

Escuela Universitaria CEU de Magisterio de Vigo

Recibido: 27/09/2017

Aceptado: 15/03/2018

RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos tras la implementación de una propuesta innovadora centrada en el ilusionismo en un aula de Educación Primaria. Dicha experiencia surge con el fin de desarrollar numerosas competencias clave, tratando de potenciar un cambio metodológico y transformar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Se exponen una fundamentación teórica, el diseño y puesta en práctica en un centro escolar y finalmente, la evaluación para concluir con una propuesta de mejora del mismo.

PALABRAS CLAVES

Ilusionismo, innovación educativa, magia, proyectos

ABSTRACT

This document deals with the results obtained after the implementation of an innovative proposal. It is focused on illusionism in a Primary Education classroom. This experience arises in order to develop many competences, trying to promote a methodological change and transform the teaching-learning processes. Also the theoretical fundamentation will be exposed. The project design and the conclusions are also included ending up with an improvement proposal.

KEYWORDS

Illusionist, Innovative Education, Magic, Projects.

Para citar este artículo: González-Puelles, I. y Fragueiro, M. S. Una experiencia de aula basada en los juegos de magia como herramienta pedagógica en educación primaria. *EA, Escuela Abierta*, 21, 77-93. doi: 10.29257/EA21.2018.06

1. INTRODUCCIÓN

La propuesta de intervención de este documento se basa en la incorporación del ilusionismo como recurso didáctico en el aula. Tras leer los trabajos e investigaciones que hicieron otros maestros y maestras sobre el uso del ilusionismo como herramienta metodológica en sus clases, surge esta propuesta innovadora de hacer un juego de manos para desarrollar numerosas competencias clave y habilidades, tanto motrices como cognitivas. Así, nuestro objetivo se centrará en implementar una experiencia de aula en un centro escolar utilizando el ilusionismo para potenciar un cambio metodológico y transformar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El presente trabajo está estructurado en tres partes principales: en primer lugar, se recogerá el estado de la cuestión centrado en la "magia educativa", así como una recopilación de las ventajas que esta metodología ofrece apoyándose en sus precursores. En segundo lugar, se detallará la propuesta de intervención: la metodología, las actividades centradas en los juegos de magia usados explicando los conocimientos que se buscaban potenciar, los recursos utilizados y la evaluación del proyecto en Educación Primaria. Para concluir, se expondrá una reflexión, tanto de lo que se ha aprendido y descubierto como de todas las mejoras a realizar.

2. ESTADO DE LA CUESTIÓN

En este trabajo el término "magia" está alejado de la connotación mística y sobrenatural con que es definido en la Real Academia Española (RAE): "arte o ciencia oculta con que se pretende producir, valiéndose de ciertos actos o palabras, o con la intervención de seres imaginables, resultados contrarios a las leyes naturales" o "encanto, hechizo o atractivo de alguien o algo". "Magia" guarda más relación con el concepto de prestidigitación que es "arte o habilidad de hacer juegos de manos y trucos para la distracción del público" (RAE, 2016).

La magia como entretenimiento tiene un origen desconocido. El primer documento que se ha encontrado sobre este tema es el papiro de Westcar datado hace más de cinco mil años en Egipto y descubierto en 1825. En este se relatan las proezas de un mago llamado Dedi. En una de ellas le cortó la cabeza a un ganso y después la volvió a unir como si nada hubiese pasado (Ludueña, 2015).

En el siglo XVI, Reginal Scott hace referencia al ilusionismo en su libro titulado "The discovery of witchcraft" ("El descubrimiento de la brujería"), publicado en 1584, en el que explica una gran cantidad de juegos de magia para alejar a los ilusionistas del rol de "brujo". A finales de este siglo, el maestro Gonin funda una dinastía de magos.

Durante el siglo XVII, las intervenciones de los magos aumentaron. La mayoría eran mercaderes ambulantes que aprovechaban sus números para vender objetos. En esta época se representó la primera obra de ilusionismo teatral y se escribieron los primeros tratados de magia.

El ilusionismo sigue desarrollándose a lo largo del tiempo hasta llegar a la mitad del siglo XIX, donde aparecen dos figuras que lo elevan hasta la calidad de arte y lo alejan aún más del rol de "brujo": Robert Houdin en Francia y Johannes Nepomuk Hofninser en Viena. Robert Houdin fue tan importante haciendo magia en el teatro que llegó a cambiar el estereotipo de mago que estaba concebido anteriormente por el que existe hoy en día, es decir, por el de mago con frac y chistera. Hofninser promovió tanto la magia con cartas, que hoy en día se siguen haciendo sus juegos.

El siglo XX es considerado por muchos como el siglo de oro de la magia gracias a magos como Max Malini, Kellar, Blackstone en el escenario, el escapista Houdini, o Dunninger y Anemman en el arte del mentalismo.

En esta época se desarrolla la teoría sobre los mecanismos de la magia con magos como Dai Vernon y su búsqueda de la naturalidad, la teoría del control de la atención de Slydini, sin olvidar las investigaciones de la "Escuela Mágica de Madrid" con Ascanio, Tamariz, Carroll, etc. (Tamariz, 1991).

Hoy en día la magia se sigue desarrollando y fomentando, apareciendo publicaciones en congresos y en bibliografía especializada; surgen asociaciones de magos a nivel mundial y se incrementa su difusión en televisión con programas de Dough Henning en Estados Unidos, Juan Tamariz en España y Paul Daniels en Reino Unido, por citar algunos. Posteriormente, estos programas televisivos han sido sustituidos por un nuevo estilo de magia televisiva difundida por magos como Criss Angel, David Blaine o Dynamo, entre otros.

Tras este breve repaso en la historia de la magia, se tratará a continuación la rama de la magia que será utilizada en este documento, la magia infantil y educativa.

Ruiz (2013) denomina "magia educativa" a la forma de aplicar los juegos de manos con fines educativos. Kaye (2007), considerado el rey de la magia infantil en Nueva York, defiende en su libro *Serio de remate: cómo hacer magia para niños* que el siglo XXI es una época idónea para ser mago infantil. A pesar de ello, todavía es escasa la bibliografía publicada sobre este tema, apareciendo solamente algún artículo en revistas especializadas en Educación (Suárez, 2010; Francisco, Martínez y Sánchez, 2013), entrevistas a profesores que la aplican en el aula o información de cursos especializados en este recurso didáctico (García, 2011; Gomez y Camañero, 2009). Algunos de los libros hallados sobre el tema son: *Educando con magia* de Ruiz (2013), *Ernesto, el aprendiz de matemago* de Santoja (2003) y *Matemagia* de Blasco (2016).

El campo donde se ha hallado más documentación sobre esta unión de la magia con la enseñanza ha sido el de las matemáticas, gracias a juegos del área denominada por los magos "Matemagia". Estos juegos basan su secreto en utilizar uno o varios principios matemáticos a la vez, por lo que sirven a los profesores para explicar diferentes operaciones y teoremas o para ponerlos en práctica de una manera más lúdica. Otra área donde se ha trabajado es dentro de la "Ciencia recreativa", aplicando experimentos lúdicos que pueden ser presentados como juegos de magia y usados para explicar diferentes principios (Almau, 2013).

A pesar de la escasez bibliográfica, existe en España una gran cantidad de maestros que están usando la magia en sus aulas, tales como Jordí Martin, Álvaro Conde, María Teresa Suárez Vacca, Sergio González Linares o Alejandro Hernández Nebra, entre otros. Algunos de estos profesores imparten cursos sobre el tema en los centros de profesorado y recursos de sus respectivas comunidades autónomas. Además existen proyectos centrados exclusivamente en esta vertiente de la magia como, por ejemplo, el proyecto educativo realizado en Castilla la Mancha y Madrid (Fernández y Serrano, 2015) para mejorar la comprensión matemática a través de la *Matemagia* que consiguió mejorar el nivel del alumnado o el trabajo de Juan Sebastián Barrero, quien recibió el premio Francisco Giner de los Ríos con su proyecto *Matemagia* en 2014 (Montesillos, 2014).

Fuera de España, en el área de matemáticas son varios los profesionales que aplican la magia como recurso didáctico en el aula. Koirala (2005) recoge un proyecto que utiliza un juego de magia para introducir a los alumnos en las funciones de primer grado. Nishiyama (2012) busca introducir la geometría a los alumnos usando juegos de magia basados en principios geométricos. Otros autores trabajan la probabilidad de una manera más lúdica y dinámica (Lane, 2010; Lopez, 2014; McShea, Vogel y Yarnevich, 2005).

Spencer (2001) trabaja con magia para ayudar a alumnos con dificultades de aprendizaje consiguiendo mejorar su capacidad para relacionarse con sus compañeros y mejorar su autoestima.

Para completar esta investigación sobre la magia educativa se han usado como textos adicionales libros en los que se explica el secreto de diferentes trucos de magia tales como *Gran curso de Magia y prestidigitación* (De Vecchi, 2009) y *Magia para niños* (Presto, 1999) para poder adaptar algunos de los juegos en el contexto educativo.

Existe una serie de ventajas a la hora de usar la magia en el aula, tanto para el profesor como para el alumno. Una de las ventajas más importantes de la magia educativa, que influye en el proceso de enseñanza-aprendizaje es la relación recíproca que se genera, es decir, utilizarla para explicar ciertos contenidos que no se pueden observar directamente, tales como fenómenos de la naturaleza o leyes de la Física (Ruiz, 2013; Almau, 2013; González, 2011). Por ejemplo, se puede hacer que un coche de juguete tele-dirigido circule no solo por la pared, sino también por el techo. Después se les puede explicar a los alumnos que esto es causado por el efecto Venturi, que relaciona la velocidad y la presión; si se incrementa la corriente de aire que pasa por debajo del coche tele-dirigido, la presión se reducirá y si esta presión es menor que la atmosférica, hace que el coche se adhiera a la pared (Almau, 2013).

Otra ventaja radica en que la magia puede utilizarse para interiorizar conceptos a través de los denominados “ganchos mentales”, es decir, el carácter lúdico de la magia hace que los contenidos se asimilen mejor. Además, si durante el juego ocurre algo sorprendente, los alumnos recordarán el contexto donde este se produjo, haciendo que los contenidos que se pretenden explicar se recuerden mejor (Martín, 2011). En la competencia matemática se aprecia esta capacidad de comprensión, como han demostrado los diferentes proyectos educativos que se han realizado en España, tales como el de Rafael Fernández Cezar y Francisco Javier Lahiguerra Serrano, aplicado en diversos colegios de las comunidades de Castilla la Mancha y Madrid (Fernández y Serrano, 2015). Esto es debido a que muchos de los secretos de los juegos de magia se basan en principios matemáticos (Navas, 2012). Estos juegos se pueden usar para que el alumno desarrolle la actividad matemática de una manera más recreativa, consiguiendo así una actitud más positiva hacia esta materia (Ruiz, 2013; Almau, 2013; Conde, 2013), por ejemplo, algunos juegos como “El piano” o “El cuadrado mágico” (Gardner, 1992). En el primero, los alumnos trabajan la diferencia entre los números pares e impares, mientras que en el segundo trabajan las sumas de varios sumandos y la propiedad conmutativa de la suma.

Una tercera ventaja es que se puede reforzar a través de la magia la competencia lingüística del alumnado, tanto a nivel escrito como oral. Para la escrita, Ruiz (2013) propone potenciarla a través de un libro redactado por los alumnos con las explicaciones de los juegos de magia que aprenden a lo largo del curso. Estas explicaciones deben figurar detalladas de forma que otra persona pueda hacer el juego leyendo exclusivamente las instrucciones. La capacidad oral se ve desarrollada cuando el alumno es el que realiza el juego de magia, pues debe hablar en un tono de voz elevado y vocalizando para que los espectadores puedan entender el juego de magia**.** Además, debido a que se debe transmitir una serie de emociones al espectador al realizar el juego, se potencia la inteligencia emocional (Conde, 2013). Esta se define como “una parte de la inteligencia social que incluye la capacidad de controlar nuestras emociones y las de los demás, discernir entre ellas y usar dicha información para guiar nuestro pensamiento y comportamiento” (Salovey, Mayer, Goldman, Turvey y Palfai, 1995). Además, cuando es el alumno el que realiza los juegos de manos, desarrolla otros instrumentos personales como seguridad, autoestima, concentración y las relaciones interpersonales (Conde, 2013). Estas últimas se ven aumentadas porque durante el juego existe una comunicación activa entre los espectadores y el mago. Además, tal y como dice Alejandro Hernández Nebra en una entrevista realizada por Almau (2013), “la magia es un idioma universal. Como hay muchos chavales que no están acostumbrados a recibir el reconocimiento de los demás, con la magia lo pueden recibir, es inclusiva y ayuda a la convivencia de la diversidad” (p. 40).

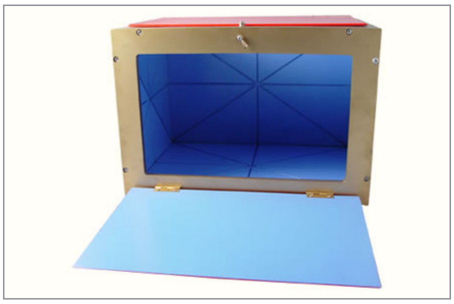
Además de las ventajas anteriormente mencionadas, Conde (2013) argumenta que hacer magia ejercita la memoria para recordar las charlas y/o presentación del juego y la memoria muscular, pues el cuerpo debe retener los pasos de los juegos de manera que sean automáticos, dejando así espacio para la presentación. El hecho de que el alumno ensaye y realice un juego de magia también desarrolla la psicomotricidad fina y gruesa. La motricidad fina se ve reforzada, por ejemplo, cuando este rompe un papel, hace un nudo en una cuerda u oculta en su mano un objeto que acaba de escamotear. Mientras que la motricidad gruesa se potencia cuando este se mueve por el escenario o cuando tiene que realizar movimientos determinados así desarrolla la creatividad pues el alumno debe crear una presentación. Por otra parte, existen otras dos formas de desarrollar la creatividad con la magia: o bien haciendo un juego, teniendo ellos que explicar cómo lo han realizado o mediante la resolución directa de problemas que se les plantee (Conde, 2013).

Para los profesores una de las ventajas de los juegos de magia es su gran versatilidad. Cada tutor puede adaptarlos a lo que precise en cada momento, según el alumnado, etapa y materia. En la asignatura de educación artística (plástica) se pueden crear diferentes objetos usados en magia como, por ejemplo, la "caja de espejos" (Presto, 1999). Se muestra un ejemplo en la Figura 1. Esta usa un espejo azogado a cuarenta y cinco grados para dar la sensación de que está aparentemente vacía cuando no es así, por lo que se puede usar para hacer diferentes apariciones (Ruiz, 2013; Almau, 2013; Martín, 2011).

Figura 1

Ejemplo de una caja de espejos.

(Fuente: http://www.magicaplanet.com/images/prod/prod_Sc18.jpg)



El uso de la magia en el aula mejora la motivación y el interés del alumnado, para la gran mayoría de autores. Esto es debido al componente lúdico que la magia presenta, haciendo que "se diviertan y se motiven tanto alumnos como adultos", tal y como afirma González (2011). Además, si se realiza un juego de magia al inicio de la unidad didáctica se puede captar mejor la atención del alumno, haciendo que el aprendizaje sea más divertido y, en consecuencia, despertar el interés de este sobre el tema. Navaz (citado en Etcheverry, 2000) defiende que al utilizar el ilusionismo dentro del aula, se puede conseguir centrar la atención de los alumnos y alumnas, y una vez alcanzada esta concentración despertarán su curiosidad ante lo que el profesor vaya a explicar. Por lo tanto, es una herramienta pedagógica y didáctica que suma al proceso de enseñanza-aprendizaje la intriga, la curiosidad, el asombro y la motivación creando una "atmósfera mágica" que resultará una "explicación mágica" para unos alumnos motivados, atentos y con inquietudes por el gusto por aprender; y también se habrá salvado el obstáculo de la distracción y logrado un aprendizaje significativo.

Muchos autores coinciden en que la prestidigitación genera una gran motivación y potencia el interés en los alumnos (Lovitt y Clarke, 1988; Koirala y Goodwin, 2000), intensifica la sensibilidad sensorial y fomenta la creatividad (Frith y Walker,1983), desarrolla el pensamiento crítico y favorece las habilidades para la resolución de problemas (McCormack, 1985).

Con la magia el profesor puede también controlar el comportamiento del alumnado a modo de "chantaje mágico". Para ello se les explica que, si su comportamiento es el adecuado, recibirán como premio el juego de magia. Según Ruiz (2013), existen dos formas para avisar que recibirán el premio: dibujando tres chisteras que se van tachando cada vez que el alumnado no se porte bien, reduciendo así el comportamiento negativo (este sistema fue usado en el proyecto denominándose "sistema de tres strikes"), o bien con otro método denominado por el autor como "un conejo en la chistera". Este método tiene un funcionamiento similar al anterior en cuanto se dibujan tres chisteras en la pizarra de la clase, difiriendo en que se les explica a los alumnos que dentro de la chistera vive "Manolito Rabbit". Si el conejo escucha ruido se quedará dentro de la chistera pero, si la clase se mantiene en silencio, el profesor dibuja las orejas del conejo saliendo de una de las chisteras. Si siguen portándose bien, dibuja la cabeza completa del conejo saliendo de la segunda chistera y, al final, si continúa el buen comportamiento, lo dibuja saliendo de la chistera con una varita mágica, símbolo de que habrá un juego de magia al final. En la Figura 2 se muestra la secuencia de dibujos puesta en práctica.

Figura 2

Dibujos usados para el método de "Manolito Rabbit" (Ruiz, 2013)

Para finalizar, cabe destacar que Ruiz (2013) también menciona otra serie de ventajas de la magia educativa tales como: la capacidad de llamar la atención del alumnado, ser un elemento mediador de conflictos entre los alumnos y ayudar a controlar un alumno conflictivo.

ISSN 2603-588X

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Una vez planteada la fundamentación teórica sobre la que se sustenta nuestro trabajo, se diseña y se lleva a la práctica la propuesta de intervención basada en la magia educativa en un colegio de la ciudad de Vigo, concretamente en las aulas de 2º y 6º de Educación Primaria.

El objetivo principal que se plantea con esta experiencia de aula radica en potenciar y despertar en los discentes la motivación, el interés por participar y aprender en determinadas áreas del conocimiento a través del ilusionismo, lo que repercutirá en la mejora del comportamiento al crear un clima agradable en el aula. De esta forma se potencia que desarrollen ciertas competencias promoviendo un aprendizaje activo.

En cuanto a la metodología que inspira la implementación de las actividades centradas en la magia de este trabajo, lo primero que se ha tenido en cuenta a la hora de realizar estos juegos de magia es fomentar el carácter lúdico de las actividades de enseñanza-aprendizaje con el fin de conseguir la necesaria motivación hacia el aprendizaje, tal y como se indica en Ley Orgánica 8/2013 para la mejora educativa (LOMCE).

Aunque dichas actividades deberán ser motivadoras y gratificantes, no se debe perder de vista que estas deberán estar fundamentalmente dirigidas al logro de los objetivos y competencias clave, comunicativas, inclusivas, activas y participativas. Además, han de responder a sus intereses reales y situarse en su propio contexto vital.

En segundo lugar, con esta experiencia se busca generar aprendizajes tanto válidos como eficaces y desarrollar diferentes actividades mentales de los alumnos tales como la observación, la relación entre las ideas, conceptos y vivencias con la realidad pues son fuentes de progreso en el aprendizaje y en el desarrollo intelectual de los niños.

En tercer lugar, se ha buscado trabajar y desarrollar el mayor número de competencias clave posibles tales como la comunicación lingüística, la matemática, la científica y tecnológica, las sociales y cívicas, el sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor y la conciencia y expresiones culturales.

Para controlar el comportamiento de los alumnos se ha usado el recurso de los tres strikes. Este recurso se basa en una manera de avisar al alumnado de su comportamiento y las consecuencias que este tendrá. En caso de que haya un comportamiento negativo se les avisa con un cartel en el que pone "Strike uno" y se pega en la pizarra tradicional. En caso de que se llegue al "Strike tres", los jueves no se hará la magia y será día de lectura normal. Este recurso está basado en las ideas que presenta Ruiz (2013) para controlar el comportamiento del alumnado en su libro *Educando con magia*.

Para atraer la atención del alumnado se cuenta con una serie de opciones, la primera es que la actividad se hacía dentro del horario lectivo. A la hora de empezar a realizar la actividad sonaba el timbre que avisa del fin de la clase, además de esto mientras los alumnos recogían los objetos el profesor se levantaba de su sitio, se colocaba en la pizarra enfrente de ellos y esperaba en silencio a que se sentasen y se callasen. Justo antes de empezar preguntaba en voz alta si querían que empezase.

Al realizar el proyecto, se usan diferentes estrategias metodológicas para conseguir que la misma actividad (en este caso un juego de magia) sea variada para su aprendizaje. Dependiendo del juego, la interacción con el alumnado cambia, en algunos casos se asemejaba al modelo de la clase magistral, en la que los alumnos solo observaban sin participar. En otros casos la participación del alumnado era indirecta, ya sea comprobando los elementos que se van a usar para hacer magia, respondiendo las preguntas planteadas por las magias o realizando el gesto mágico en momentos determinados. Finalmente, en algunos de estos juegos hay una participación directa del alumnado: no solo sacando a uno como voluntario, sino también siendo ellos los que realicen los juegos de magia. Durante la realización del trabajo hubo dos casos de este tipo: en uno, el alumno era guiado por el mago, y en otro, el propio alumno realizó un espectáculo de magia.

Tras el juego de magia se les planteaba un enigma que debían resolver. Estos enigmas buscaban desarrollar su creatividad, y se usaba un modelo de interrogatorio. Se les planteaba el enigma a los alumnos, y estos debían plantear su posible solución. En este caso siempre se les pedía que la justificasen y se les planteaba contra-argumentos; de esta forma el alumno desarrollaba el razonamiento. En muchos casos se les decía la solución al día siguiente o incluso no se decía, pues el objetivo de estos enigmas se conseguía cuando los alumnos planteaban la solución.

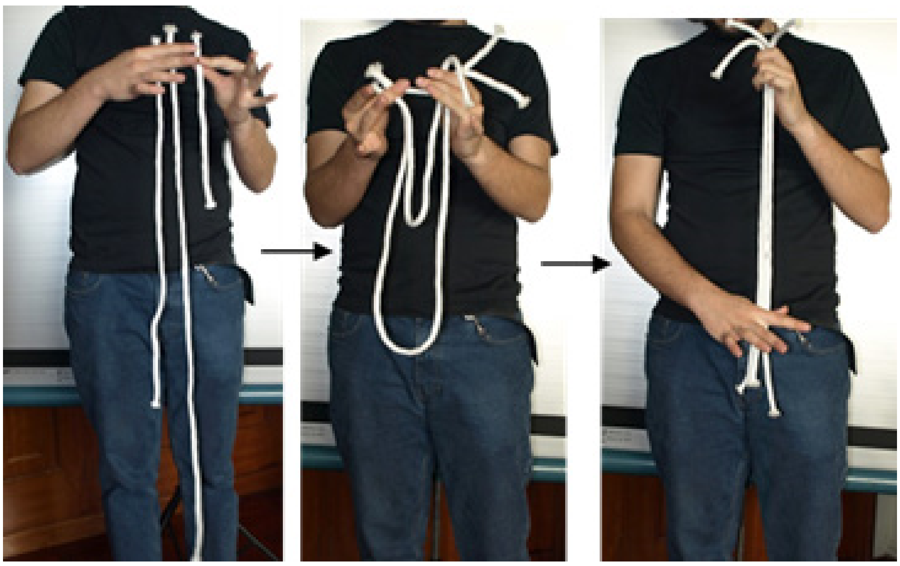
En contadas ocasiones, se realizó magia sin estar en el tiempo de magia. Esto es debido a usar la magia como un “recurso polivalente”, tal y como indica Ruiz (2013). Por ejemplo, tras volver a clase de una excursión se improvisó un show de magia para ocupar ese tiempo de una manera más divertida y además mejorar la comunicación con el alumnado. Otros casos se producían cuando impartía una de las asignaturas: se producía un efecto de magia que solo los alumnos que estaban atendiendo pudieron ver, con esto se conseguía mejorar la atención de la clase a la hora de impartir la asignatura.

4. ACTIVIDADES

A continuación, se detallan las actividades realizadas con el fin de desarrollar las competencias clave y de potenciar un cambio metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Figura 3

Primera parte del efecto “las cuerdas mágicas”. (Fuente: elaboración propia)



ISSN 2603-588X

4.1. Las cuerdas mágicas (Presto, 1999)

Contenidos: medidas de longitud.

Competencias: competencia en comunicación lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

Efecto: Se dejan tres cuerdas a diversos alumnos y se les pide que las midan usando sus manos. Cuando terminan se les pregunta y se apuntan en la pizarra, se les pide que las devuelvan y se quedan cerca del mago. Este hace un gesto mágico y las tres cuerdas acaban teniendo la misma longitud. Tras enseñarlas, el mago pide a cada alumno que agarre los extremos de cada cuerda y se les pregunta cuánto medían antes. A la cuenta de tres el mago suelta las cuerdas y cada alumno tiene una cuerda con un tamaño distinto, recibiendo el aplauso de los compañeros. En la Figura 3 se muestran las imágenes de este efecto.

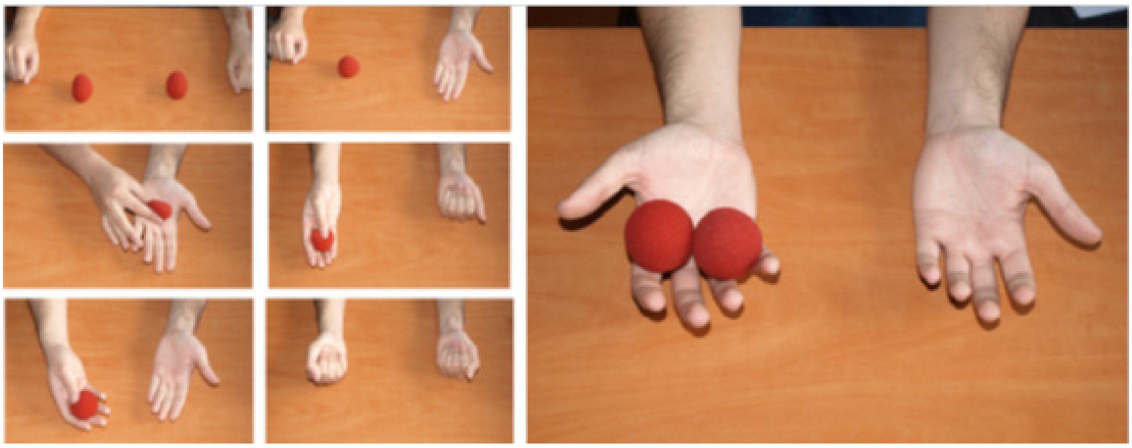
4.2. Contemos hasta diez (De Vecchi, 2009)

Contenidos: números del uno al diez en español, inglés, gallego y finés.

Competencias: competencia en comunicación lingüística, conciencia y expresiones culturales, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

Figura 4

Realización del juego "contemos hasta diez". (Fuente: elaboración propia)



Efecto: El mago pide a un alumno que sea su asistente. Le da a examinar dos bolas de esponja y le pide que ponga las manos palma arriba, usando al alumno no solo como mesa para apoyar las esponjas, sino que este tendrá una visión diferente al resto de sus compañeros. Para realizar el juego el mago debe realizar un rito y decir todos juntos unas palabras mágicas, en este caso los números del uno al diez. Mientras los estudiantes dicen los números, el mago se pone una bola en cada mano; cuando dicen diez la bola de la mano izquierda ha desaparecido y se ha reunido con la de la derecha. Esto se repite dos veces más, solo que se habla en gallego y en inglés. En la última el mago dice que lo hagan en finés; como los alumnos no lo saben, el mago hace otra cosa, pone una bola en su mano y otra en el alumno que ha usado de mesa, él va diciendo los números en finés y los alumnos lo dicen. Al final el alumno tiene dos pelotas en la mano y el mago ninguna, prueba de que han hecho bien el rito. En la Figura 4 se muestran las imágenes.

4.3. El espectador mago (Giobbi, 2004)

Contenidos: técnicas de oratoria.

Competencias: competencia en comunicación lingüística, competencias sociales y cívicas, conciencia y expresiones culturales.

Efecto: el mago solicita ayuda a un alumno y le dice que hoy será el mago; se le pregunta por su nombre de mago; cuando el alumno lo dice, el mago lo presenta y pide un aplauso del público; el mago le dice al alumno que debe decir lo que le diga él en la oreja. En este caso el alumno coge la baraja, la mezcla y le pide al mago (que va a ser el espectador) que elija una carta, cosa que hace. Este la guarda y le toca al alumno saber cuál es. Tras un proceso de repartir las cartas en dos montones, este mira dos cartas que le indican el palo y el número de la carta que ha sido escogida. El mago-espectador saca la carta del bolsillo y es la que dijo el alumno, recibiendo el aplauso del resto de la clase.

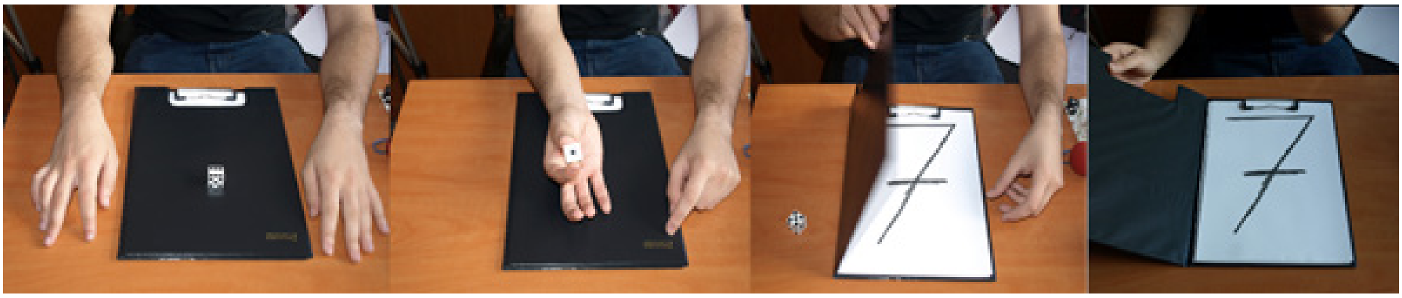
4.4. Predicción del dado (Gardner, 1992)

Contenidos: característica de los dados, resolución de problemas basados en lógica.

Competencias: competencia en comunicación lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

Figura 5

Realización básica del juego del dado. (Fuente: elaboración propia)



Efecto: el mago le plantea a la clase un reto, él va a hacer un juego y luego ellos deben descubrir el secreto. El mago saca a un voluntario y le da un cubilete y un dado a examinar, mientras se examinan los objetos deja un sobre en la pizarra donde lo ven todos. Se va a elegir un número de una manera aleatoria, se va a meter dentro del cubilete el dado, se va a agitar y lanzar a la mano del mago, el alumno recuerda el número y además suma el número del otro extremo. Cuando tenga ese número se le pregunta cuál es. El espectador dirá siete, número que se encuentra dentro de la predicción. En la Figura 5 se visualizan las imágenes de este efecto.

4.5. Papel Okito (De Vecchi, 2009)

Contenidos: diferentes tipos de contaminación y maneras de reducirla.

Competencias: competencia en comunicación lingüística, competencias sociales y cívicas, conciencia y expresiones culturales.

Efecto: se enseña un dibujo del mundo, el mago les pregunta a los alumnos que se fijen en el mundo, el lugar donde viven, pero el mundo está amenazado por nuestras acciones, se les pregunta cómo lo estamos dañando. Con cada cosa que van diciendo los alumnos se va rompiendo el dibujo. Cuando el dibujo ya esté roto se les pregunta cómo pueden reducir la contaminación. Cuando estos respondan se realizará un soplido mágico y se mostrará el dibujo recompuesto. En la Figura 6 se muestra la secuenciación de este juego.

Figura 6

Realización del juego de manos. (Fuente: elaboración propia)

4.6. Billete mágico (Lovick, 2006)

Contenidos: magnitudes del dinero, concretamente los diferentes tipos de billetes de euro que existen.

Competencias: competencia en comunicación lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

Efecto: se les enseña a los alumnos un billete de cinco euros, se les explica que ese es el billete de menor valor que tenemos en España. Mientras se dobla el billete se les pregunta cuál es el siguiente billete que existe, dirán el de diez, cuando se despliega el billete se ha transformado en uno de diez. Mientras están reaccionando se vuelve a doblar el billete y se les preguntas cuál es el siguiente, dirán el de veinte, se despliega el billete y se ha transformado en uno de veinte. Para acabar se pide a un alumno que abra la mano, se le mete dentro el billete de veinte y se le pide que cierre la mano con fuerza. Se les pregunta de nuevo a los alumnos cuál es el siguiente billete, dirán el de cincuenta, cuando el alumno abre la mano verá que el billete de veinte se ha transformado en uno de cincuenta. En la Figura 7 se muestran las imágenes.

Figura 7

Transformación del billete de diez a veinte. (Fuente: elaboración propia)

5. EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA DE AULA

El desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje debe de ser evaluado para conocer si se han alcanzado con éxito los objetivos propuestos. Para ello debemos analizar la experiencia implementada en el aula considerando tanto la actuación de los discentes como del docente.

Partiendo de que el objetivo planteado se centra en potenciar y despertar en los aprendices la motivación, el interés por participar y aprender a través del ilusionismo, esto debe manifestarse con una mejora del comportamiento y creando un clima agradable en el aula.

La evaluación de los estudiantes realizada se basó en la observación directa, con el objetivo de descubrir si estos mejoraron su comportamiento y si estaban atentos durante la realización de los juegos. A la hora de realizar las actividades, estos se mostraban participativos e ilusionados. Solo hubo algún caso particular de algún alumno que se mostraba reticente a ver la magia, pero fue solucionado cuando fue elegido como voluntario para uno de los juegos. También se pudo ver cómo mejoraron su comportamiento para poder ver la magia, pues cada vez que se les avisaba de las consecuencias de su mal comportamiento se portaban mejor. Aunque en algunos casos no se realizó el juego de magia porque llegaron a los tres "strikes", en estos casos coincidía que había algún evento externo que les excitaba como la llegada de las vacaciones.

Como las familias desempeñan un papel importante en todo proceso de aprendizaje se les formuló una encuesta para que reflexionasen y evaluasen si esta mejora del comportamiento también fue apreciada por los progenitores. En la Tabla 1, se puede apreciar lo indicado en una de dichas encuestas.

ISSN 2603-588X

Tabla 1

Indicación de un padre sobre la actividad y su uso como refuerzo positivo. Se ha sustituido el nombre del alumno por XXX. (Fuente: elaboración propia).

Indique aquí alguna sugerencia que pueda mejorar la experiencia educativa
Por parte de XXX ha sido una experiencia muy positiva y me parece una forma innovadora y muy creativa de incentivar la imaginación, la lógica y el pensamiento abstracto. *Incluso, como refuerzo positivo para el buen comportamiento en el aula fue muy productivo.* *XXX estaba siempre preocupado porque si se portaba mal, conseguían tres strikes y no había magia, y eso para él era un castigo importante.* *Creo que ha sido una actividad muy buena y educativa.*

Es importante que el docente realice una autoevaluación. Para ello, se utilizó un análisis DAFO de este proyecto. En el análisis interno se incluyen las debilidades, es decir aquellos recursos y situaciones que limitan el aprovechamiento de las oportunidades, y las fortalezas que son las capacidades, potenciales y elementos fuertes beneficiosos para el posicionamiento y el progreso. En el análisis externo se incluyen las amenazas o aquellas fuerzas contraproducentes que limitan el progreso del proyecto y las oportunidades o situaciones positivas que el entorno genera y que deben aprovecharse para el desarrollo del proyecto. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Análisis DAFO (Fuente: Elaboración propia)

DEBILIDADES	AMENAZAS
Hacer un juego de magia que no presenta ningún contenido educativo. Es necesaria una mejor preparación de la actividad, dejando poco espacio para la improvisación. Es difícil encontrar un juego de magia para reforzar algunos conceptos.	Posible sentimiento de que la magia no puede enseñar. Perder el respeto como docente y convertirse en un “entretenimiento”.
VENTAJAS	**OPORTUNIDADES**
Los alumnos estaban motivados. Había interés por la actividad y participación. Se conseguía controlar el mal comportamiento.	Posible participación de las familias. Usarla para ayudar a crear un mejor ambiente en el aula.

6. CONCLUSIONES

Para terminar, una vez realizada la evaluación (observación de los alumnos, encuesta a las familias y autoevaluación del docente mediante el análisis DAFO) y teniendo en cuenta sus resultados, podemos concluir como Godoy (2005) que la magia es una herramienta pedagógica que permite incrementar la concentración de los discentes, aumentar la habilidad motriz, favorecer la autoestima, desarrollar la improvisación, elevar la autoconfianza, desarrollar la creatividad y potenciar la personalidad y la comunicación.

De este modo a partir de los resultados se puede elaborar un Plan de Actuación o Mejora (Escudero, 2004). El alumno debe tener un alto nivel de motivación e interés durante todo el proceso y sentirse importante dentro del aula. Para ello y con el fin de conseguir un aprendizaje significativo con el uso de la magia, vemos necesario tener en cuenta ciertos aspectos que señala Grosso (2014): los contenidos deben ser transmitidos de forma positiva y estimulante, el docente es el encargado de transmitir el interés y curiosidad por aprender, por lo tanto, debe tener gran capacidad de comunicación y de transmisión de emociones para despertar la motivación y el deseo de aprender y subir la autoestima. Rawson (1978) manifiesta que “el mago es un narrador y las maravillas que relata parecen suceder. Así los niños se sienten fascinados por la magia. Si usted puede hacer un truco mágico, podrá disponer de la atención instantánea de cualquier niño” (p. 13).

Es importante también la familia ya que juega un papel clave dentro de este proceso. Para conseguir su apoyo y motivación el docente debe aportarle información sobre este método de trabajo y deben conocer cuáles son los objetivos planteados con esta experiencia.

Al finalizar el trabajo, somos conscientes de que se han trabajado las competencias clave, tal y como se ha indicado en cada una de las actividades y se han alcanzado los objetivos propuestos.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almau, A. (2013). Se puede enseñar Matemáticas o Física con trucos de magia. *Cuadernos de Pedagogía,* 433, 38-43.

Blasco, F. (2016). *Matemagia*. Madrid: Arid.

Conde, A. (2013). *La magia como herramienta pedagógica.* Recuperado de http://alvarocondemago.blogspot.com.es/2013/09/la-magia-como-herramienta-pedagogica.html

De Vecchi (2009). *Gran curso de Magia y Prestidigitación*. Barcelona: De Vecchi.

Escudero, J. (2004). *Análisis de la realidad local. Técnicas y métodos de investigación desde la Animación Sociocultural*. Madrid: Narcea.

Etcheverry, J. (2000). *La magia de Ascanio. La concepción estructural de la magia. Su pensamiento teórico-mágico*. Madrid: Laura Avilés.

Fernandez, R. y Serrano, F. (2015). Matemagia y su influencia en la actitud hacia las matemáticas en la escuela rural. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 89*, 33-53.

Francisco, C., Martínez M. y Sánchez, A. (2013). *Escuela de magia: competencias desde la ilusión y la fantasía en movimiento*. Recuperado de http://es.calameo.com/books/004247927d444e89a8d2b

Frith, G. H. y Walker, J. C. (1983). Magic as Motivation for Handicapped Students. *Teaching Exceptional Children, 15*(2), 108-110.

García, E. (2011). *La magia para aprender mejor*. Recuperado de http://www.hoy.es/v/20110531/sociedad/magia-para-aprender-mejor-20110531.html

Gardner, M. (1992). *Mathematical Circus.* Washington: The Mathematical Association of America.

Giobbi, R. (2004). *Roberto Extralight: juego de manos con cartas*. Madrid: Páginas Libros de Magia.

Godoy, J. A. (2005). *Beneficios de la magia*. Recuperado de https://cancinelli.jimdo.com/beneficios-de-hacer-magia/

Gómez, M. y Camañero, A. (2009). La ciencia de la magia. *Alambique, 60*, 24-32.

González, S. (2011). Magia didáctica. *Paiderex. Revista Extremeña sobre formación y Educación*, *2*(4), 8-10. Recuperado de: http://revista.academiamaestre.es/2011/08/magia-didactica/

Grosso, E. (2014). *Disfrutar aprendiendo*. Recuperado de http://espectacularkids.com/blog/es/disfrutar-aprendiendo/#more-4705

Kaye, D. (2007). *Serio de remate: cómo hacer magia para niños*. Madrid: Páginas.

Koirala, H. (2005). The effect of mathmagic on the algebraic knowledge and skills of low-performing high school students. En H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the Twenty Ninth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 209-216). Melbourne: University of Melbourne.

Koirala, H. P. y Goodwin, P. M. (2000). Teaching algebra in the middle grades using mathmagic. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *5*(9), 562-566.

Lane, K. (2010). Derren Brown: Magician or mathemagician? *Equals, 16*(2), 14-16.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 10 de diciembre de 2013, núm. 295, pp. 97858-97921.

López, J. (2014). Using playing cards to differentiate probability interpretations. *Teach. Stat.*, *36*(3), 76-78.

Lovitt, C. y Clarke, D. (1988). *The Mathematics Curriculum and Teaching Program professional development package*. Canberra: Curriculum Development Centre.

Lovick, J. (2006). *Switch: unfolding the $100 bill change.* Rancho Cordova: Murphy's Magic Supplies.

Ludueña, F. (2015). *El cerebro mágico. Cómo los grandes magos potencian el pensamiento y la creatividad*. Madrid: Aguilar.

Martín, S. (2011). Por arte de magia. *Aula del pedagogo*, 4, 15-28. Recuperado de: http://www.auladelpedagogo.com/wp-content/pdf/04.pdf

McCormack, A. J. (1985). Teaching with magic: Easy ways to hook your class on science. *Learning, 14*(1), 62-67.

McShea, B., Vogel, J. y Yarnevich, M. (2005). Harry Potter and the magic of mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School, 10,* 408-414.

Montesillos, M. (2014). Utilizo trucos de magia para darle un aspecto lúdico a las matemáticas. *La Verdad*. Recuperado de: http://www.laverdad.es/murcia/v/20140202/region/utilizo-trucos-magia-para-20140202.html

Navas, J. (2012). Juegos matemáticos, un poco de matemagia. *Pensamiento matemático, 2,* 209-216.

Nishiyama, Y. (2012). Increasing and decreasing of areas. *Int. J. Pure Appl. Math., 80*(3), 385-393.

Presto, F. (1999). *Magia para niños*. Madrid: Susaeta.

Rawson, C. (1978). *El Gran Merlini. Como divertir a los niños con magia que usted puede hacer*. México: Editorial Diana.

Real Academia Española. (2016). *Diccionario de la lengua española* (23ª ed.). Recuperado de: http://dle.rae.es/

Ruiz, X. (2013). *Educando con Magia: el ilusionismo como recurso didáctico*. Madrid: Narcea.

Salovey, P, Mayer, J. D., Goldman, S. L, Turvey, C y Palfai, T. P. (1995). Emotional attention, clarity, and repair: exploring emotional intelligence using the Trait Meta-Mood Scale. En J. W. Pennebaker (Ed.), *Emotion, Disclosure, & Health* (pp. 125- 154). Washington: American Psychological.

Santoja, J. (2003). *Ernesto y el aprendiz de matemago.* Madrid: Nivola.

Spencer, K. (2001). *Hocus Focus: evaluating the pedagogical implications of integrating magic tricks in classroom instructions*. Recuperado de http://www.hocusfocuseducation.com/wp-content/uploads/2013/01/JISfTE.pdf

Suárez, M. T. (2010). La magia y una nueva relación pedagógica con la infancia. *Praxis & Saber. Revista de Investigación y pedagogía, 1*(2), 43-66.

Tamariz, J. (1991). *La increíble historia de la magia.* Madrid: Ediciones del Prado.

INFORMACIÓN SOBRE LOS AUTORES

Ignacio González-Puelles. Graduado en Educación Primaria por la Escuela Universitaria CEU de Magisterio de Vigo (Universidad de Vigo) (2016). Participó en el programa Erasmus en la Universidad de Helsinki (2015). Asistió a "I Jornadas Internacionales de Literatura Infantil y Juvenil, promoción de la lectura en prácticas educativas". Presentó la comunicación: "La figura femenina en los videojuegos" en "61º Encuentro de universitarios católicos: ¿Reinventar lo humano?". Presenció diferentes cursos, entre ellos, "La magia como estrategia didáctica" celebrado en San Sebastián en el marco de la XXXII edición de los cursos de Verano-XXV cursos europeos de la Universidad de País Vasco- Euskal Herriko Unibertsitatea.

ignacioglez1994@gmail.com

María Sandra Fragueiro. Doctora en Química Analítica por la Universidad de Vigo (2004) y Premio Extraordinario de Doctorado (Universidad de Vigo, 2006). Actualmente ejerce como Profesora Acreditada en la Escuela Universitaria CEU de Magisterio de Vigo en el Área de Ciencias. Es Coordinadora del Trabajo Fin de Grado en dicha Escuela. Sus principales líneas de investigación son la Aplicación de nuevas metodologías en Educación Primaria e Infantil en el área de ciencias. Además participa como investigadora en el Departamento de Química Analítica y Alimentaria en la Universidad de Vigo en el proyecto del Ministerio de Economía y Competitividad, convocatoria de proyectos I+D del programa estatal de fomento de la investigación científica y técnica de excelencia: “Detección on-site de iones, complejos metálicos y nanopartículas mediante estrategias nanoanalíticas basadas en grafeno y puntos cuánticos de carbono”.

✉ sandra.fragueirobarreiro@ceu.es