

EVOLUCIÓN DEL USO DEL RAZONAMIENTO INDUCTIVO EN UN GRUPO DE MAESTROS EN FORMACIÓN

**Víctor Javier Barrera Castarnado, Encarnación Castro Martínez
y María Consuelo Cañadas Santiago**

RESUMEN

En este documento se presentan algunos de los resultados de un estudio que analiza la capacidad de un grupo de maestros de educación primaria en formación para resolver, de manera intuitiva, tareas en las que el uso del razonamiento inductivo es eficaz. También contrastamos la mejora que se produce después de trabajar el tema en el aula.

Palabras clave: Razonamiento inductivo, Formación de profesores, Pensamiento numérico y algebraico, Secuencias numéricas.

TITLE: DEVELOPMENT OF THE USE OF INDUCTIVE REASONING IN A GROUP OF TEACHER TRAINEES

ABSTRACT

In this paper we present some results of a study that analyzes the ability of a group of primary school teacher trainees to solve tasks intuitively in which the use of inductive reasoning is efficient. We also contrast the improvement that takes place after working with this theme in the classroom.

Keywords: Inductive reasoning, Teacher Training, Numerical and Algebraic Thinking, Numerical Sequences.

Correspondencia con el autor: Víctor Barrera Castarnado, CES Cardenal Spínola CEU. Campus universitario, s/n, 41930. Bormujos (Sevilla). Correo-e: vbarrera@ceuandalucia.com. Encarnación Castro Martínez, Universidad de Granada; María Consuelo Cañadas Santiago, Universidad de Granada. Original recibido: 18-12-09. Original aceptado: 10-3-10

1. Introducción

Como formadores de profesores de educación primaria, estamos interesados en estudiar el uso que hacen los estudiantes para maestro del razonamiento inductivo, teniendo en cuenta que sus futuros alumnos van a construir conocimiento mediante este tipo de razonamiento. Esta afirmación queda sustentada por la observación y el análisis de los libros de texto de educación primaria. En ellos se puede apreciar cómo gran parte de la formación matemática que se presenta se introduce a través de ejemplos concretos. Estos textos responden a las exigencias del currículum español (MEC, 2006; CEJA 2007) así como también ocurre en otros países y queda recogido en diferentes documentos curriculares (National Council of Teachers of Mathematics, 2003; Informe Cockcroft, 1985). Nuestro posicionamiento es que si los alumnos de educación primaria necesitan ejercitarse en dicho razonamiento, sus maestros deben estar preparados para trabajarlo en el aula.

2. Razonamiento inductivo

Por razonamiento inductivo entendemos al proceso cognitivo que partiendo de la consideración de casos particulares y de las regularidades que éstos presentan, llega a una propiedad válida para cualquier caso o generalización. Por tanto, el razonamiento inductivo da lugar al conocimiento científico porque permite descubrir leyes generales a partir de la observación de casos particulares (Pólya, 1966). La inducción, según esta concepción, es un medio potente para la adquisición de conocimiento y para realizar descubrimientos matemáticos.

3. Marco del trabajo

Nuestro trabajo queda enmarcado por dos campos de la Educación Matemática, por una parte la Formación de Profesores, ya que vamos a trabajar con estudiantes para profesores de primaria, y por otra el Pensamiento Numérico y Algebraico, ya que pretendemos estudiar el uso que estos sujetos hacen del razonamiento inductivo utilizando tareas y problemas que puedan resolverse mediante secuencias numéricas.

En relación a la Formación de Profesores, las investigaciones realizadas sobre el tema toman como referencia, fundamentalmente, los trabajos de Shulman (1986) en los que clasifica los conocimientos del profesor y, entre otros, señala: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido, conocimien-

to del currículo de los aprendices y conocimiento pedagógico en general. En estos trabajos también se muestra que en el profesor se genera un tipo de conocimiento diferente al que los formadores de profesores aspiran a que adquieran en la formación inicial, que es el producto de sus concepciones y creencias (Gil y Rico, 2003). Con nuestro trabajo pretendemos indagar sobre el conocimiento del contenido matemático de las sucesiones, y el uso que hacen del mismo, un grupo de profesores en formación, cuando le aplican un proceso de razonamiento inductivo.

En cuanto al Pensamiento Numérico y Algebraico trata de todo aquello que la mente puede hacer con los números y su generalización. El Pensamiento Numérico está presente en todas aquellas actuaciones que realizan los seres humanos y que tienen relación con los números. Dichas actuaciones tienen lugar tanto en el medio social como en escolar y, en este último caso, están vinculados a situaciones de enseñanza/aprendizaje (Castro, 1995).

En la bibliografía consultada, sobre trabajos relacionados con el razonamiento inductivo, se encuentran algunos relacionados con la utilización de modelos geométricos en la generalización de reglas y propuestas didácticas de aprendizaje de la inducción en educación primaria y secundaria. Por lo general, se defiende la idea de trabajar la inducción, en todos los niveles educativos, desde los primeros aprendizajes matemáticos, introduciendo a los alumnos gradualmente desde las comprobaciones con casos particulares hasta las demostraciones formales (Cañadas y Castro, 2003). No obstante, las investigaciones consultadas han sido efectuadas con estudiantes de educación primaria o secundaria, en ningún caso se ha investigado con maestros en formación. Lo que hace que nuestro trabajo sea original y de interés para la Educación Matemática.

4. Objetivos de la investigación

El objetivo general que nos planteamos es estudiar el cambio (suponemos que mejora) que se produce en la utilización del razonamiento inductivo por parte de maestros en formación, después del desarrollo en clase de un tema relacionado con la resolución de problemas en los que dicho razonamiento está presente.

Este objetivo general queda desglosado en los objetivos parciales siguientes.

Objetivo I: Estudiar la utilización que hacen de manera intuitiva, maestros en formación de Educación Primaria, del razonamiento inductivo cuando resuelven tareas matemáticas apropiadas para dicho uso.

Objetivo 2: Estudiar la utilización que hacen estudiantes para profesor de Primaria del razonamiento inductivo, después de haber trabajado en clase un tema que trata dicho contenido.

Objetivo 3: Comparar dichas actuaciones del alumnado considerado.

5. Metodología y Diseño de la investigación

La investigación que presentamos es de tipo exploratorio. Siguiendo a Cohen y Manion (1990) el diseño de investigación utilizado es de tipo pre-experimental de pre-test y post-test de un grupo. Con el pre-test se mide el uso que hacen del razonamiento inductivo de manera intuitiva, futuros profesores de educación primaria (O1). A continuación se introduce el estudio en clase mediante una intervención en la que se trabajan contenidos que favorecen el uso del razonamiento inductivo. Consiste en una manipulación experimental (X). Posteriormente se vuelve a medir el uso que hacen estos sujetos (O2) del razonamiento inductivo a la hora de resolver situaciones en las que es posible aplicar acciones relacionadas con la inducción. Posteriormente, se procede a explicar las diferencias entre las puntuaciones del pre-test y el post-test por la referencia a los efectos de X. El esquema del diseño de la investigación queda recogido en la Figura 1.

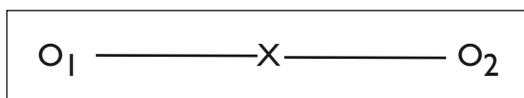


Figura 1. Esquema del diseño de la investigación

Los sujetos que formaron parte de la fase empírica del trabajo fueron 60 estudiantes de ambos sexos de la diplomatura de Magisterio en el CES Cardenal Spínola-CEU, centro adscrito a la Universidad de Sevilla. La elección de los alumnos fue intencional, ya que se trata de alumnos del investigador en los grupos de 1º de Lengua Extranjera, 2º de Educación Musical y 3º de Educación Física. Todos habían estudiado previamente la asignatura Matemáticas y su Didáctica y en el periodo de la recogida de datos cursaban una asignatura del área de Didáctica de las Matemáticas en la que analizaban la resolución de problemas, trabajando la generalización como una estrategia para la resolución de problemas.

Para la selección de los ítems de los test, nos basamos en otra prueba que había sido utilizada en una investigación anterior (Castro, 1995), teniendo en cuenta las tres variables de tarea siguientes. Dos tipos de secuencias: lineales y cuadráticas. Tres sistemas simbólicos de representación: patrones puntuales, secuencia usual de números y desarrollos aritméticos. Cuatro acciones o procedimientos fundamentales: continuar una secuencia, extrapolar, explicar la regla seguida por una secuencia y dar la expresión del término general.

Se confeccionaron dos test similares, uno para usarlo como pre-test y otro como post-test, con diez tareas cada uno, ocho no contextualizadas (se les puede considerar ejercicios) en las que aparecen secuencias numéricas. Cada una de ellas contiene varios ítems de forma que permitía recoger las variables señaladas anteriormente y las posibles combinaciones entre ellas. Los dos últimos ítems son problemas que pueden resolverse utilizando secuencias numéricas.

La Tabla I muestra la presencia en los test de las tres variables consideradas, dos de ellas, sistema de representación y procedimiento, en los ejes horizontal y vertical de la tabla respectivamente.

Sistemas simbólicos de representación

	Represe. puntual	Expresión usual	Desarrollo aritmético	
Procedimiento	Continuar	1,b 1,a	2,b 2,a	2,d 2,b
	Explicar	6,b 6,a	5,b 5,b	1,b 5,a
	Extrapolar	4,b 4,a	3,b 3,a	3,d 3,b
	Generalizar	7,b 7,a	8,b 8,a	8,d 8,b

Tabla I: Clasificación de los ítems de los test.

Cada celda de esta tabla se ha dividido en dos partes una blanca reservada a la secuencia lineal y otra gris para la secuencia cuadrática (Barrera, 2004). En cada uno de los huecos se indica con un número y una letra la localización del ítem que verifica las tres condiciones, el número corresponde a la tarea y la letra al lugar de la misma en el que se encuentra. Se aprecia en la tabla dos lugares vacíos, son dos ítems que hacen referencia a explicar la regla y que se optó por suprimir para no alargar demasiado la prueba.

Como ejemplo, en la Figura 2 se presenta la pregunta 4 planteada en la prueba inicial:

4. Dibuja solamente el término séptimo de las siguientes secuencias:

a) 1° 2° 3° ... 7°

• ••	•• •••	••• ••••		
---------	-----------	-------------	--	--

b) 1° 2° 3° ... 7°

• •	•• •• ••	••• ••• ••• •••		
--------	----------------	--------------------------	--	--

Figura 2: Pregunta del pre-test.

Como se explicita en la Tabla 1, en esta pregunta se pide al estudiante que extra-pole términos. Los elementos de las dos secuencias están expresados mediante una configuración puntual. La primera secuencia es de tipo lineal y la segunda es cuadrática.

A continuación, en la Figura 3 se recoge un ejemplo de pregunta del post-test:

Escribe el término en lugar n de las secuencias siguientes:	
a) 8, 12, 16, 20, ...	_____
b) $5+3+1$, $7+5+3$, $9+7+5$, ...	_____
c) 3, 15, 35, 63, ...	_____
d) 1×2 , 2×3 , 3×4 , 4×5 , ...	_____

Figura 3: Pregunta del post-test

Corresponde con la pregunta 8 (ver Tabla 1), en la que los estudiantes tienen que generalizar las secuencias que aparecen representadas. En dichas secuencias se recogen los diferentes valores de las variables tenidas en cuenta. En los ítems a y b las secuencias son lineales, en los c y d son cuadráticas. En cuanto a la representación utilizada, en los apartados a y c aparecen secuencias numéricas usuales, los términos de las secuencias de los apartados b y d están expresados mediante un desarrollo aritmético.

6. Análisis de datos

Tabulamos los resultados del pre-test y del post-test asignándole los valores numéricos 0, 1 o 2 a cada tipo de respuesta, no contestada, fallo y acierto, respectivamente, de los ocho primeros ítems. Se ha hecho un análisis estadístico descriptivo general para determinar qué tipo de valor presenta mayor dificultad para cada variable. Con los resultados de los dos problemas se ha realizado un análisis de tipo cualitativo. Se compararon los resultados de los dos test con la intención de estudiar el cambio en las respuestas a este tipo de actividades después de haber trabajado en clase con los sujetos en cuestión una unidad didáctica en la que se estudian contenidos conceptuales y procedimentales relacionados con el razonamiento inductivo.

En la Tabla 2 se recoge el número de respuestas de cada tipo dado para cada ítem en cada una de los test. Las filas que aparecen en blanco corresponden al número de respuestas dadas para cada ítem del pre-test y las que aparecen sombreadas indican el número de respuestas de cada tipo para los ítems del post-test.

Ítem	1a	1b	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5a	5b	6a	6b	7a	7b	8a	8b	8c	8d	9	10a	10b	10c	10d
N.C.	0	1	0	0	8	1	0	0	8	2	0	1	1	6	0	5	7	16	6	12	29	18	8	7	12	19	31
N.C.	0	1	0	0	1	0	2	2	2	2	0	5	5	9	7	7	8	15	3	9	22	10	0	0	0	5	5
Fallo	38	28	0	2	8	0	7	7	14	13	7	13	15	9	6	17	18	40	37	30	24	24	41	16	34	26	18
Fallo	9	9	2	2	5	1	1	2	11	7	9	12	5	13	7	19	9	14	28	25	13	3	2	2	2	3	6
Acierto	22	31	60	58	44	59	53	53	38	45	53	46	44	45	54	38	35	4	17	18	7	18	11	37	14	15	11
Acierto	51	50	58	58	54	59	57	56	47	51	51	43	50	38	46	34	43	31	29	26	25	47	58	58	58	52	49

Tabla 2: Número de respuestas para cada ítem en pre-test y post-test

Estos datos quedan representados en el Gráfico 1. (Las características de cada ítem pueden consultarse en la Tabla 1).

A simple vista, y como cabía esperar, los resultados del post-test son, en general, mejores que los del pre-test. Por una parte está la instrucción que han recibido los sujetos entre ambas pruebas. También pudo influir que en el pre-test había actividades totalmente novedosas para estos alumnos (como el trabajo con secuencias puntuales), y el efecto sorpresa desapareció para el post-test.

En la mayoría de las tareas el número de respuestas correctas es superior en el post-test que en pre-test, y en aquellas que disminuye el número de aciertos, la diferencia es mínima.

Observamos que en ambos test se mantiene la tarea 8c, en la que tenían que generalizar una secuencia cuadrática expresada de manera usual, como la tarea menos contestada. Sin embargo, en el pos-test el número de respuestas correctas a esta actividad es superior al del mismo ítem en el pre-test.

En los 16 primeros ítems, a excepción de los 1a y 1b, se mantienen resultados similares en los dos test. Por el contrario sí se observan diferencias más claras es en el último tramo de las actividades descontextualizadas.

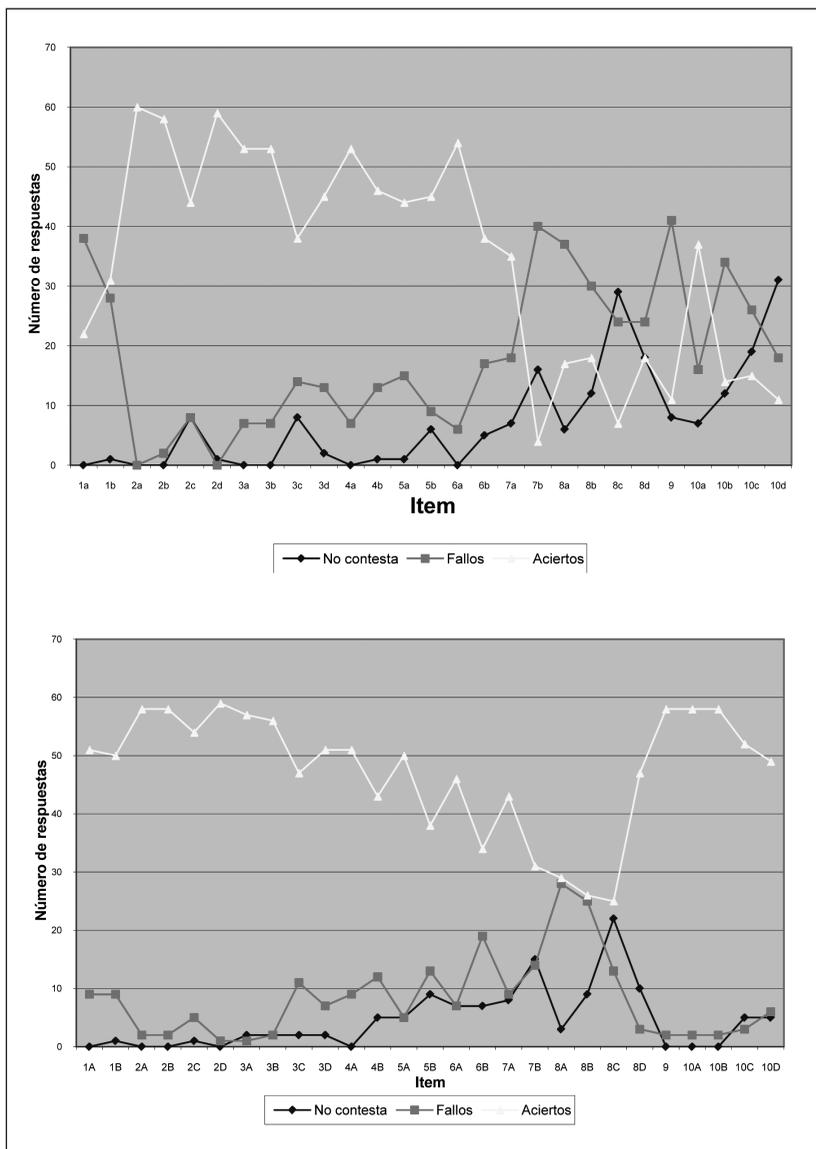


Gráfico I: Tipo de respuestas por ítem en cada test

La Tabla 3 refleja el número medio de respuestas de cada tipo dadas en ambas pruebas:

	Pre-test	Post-test
No contesta	7,33	4,44
Incorrecta	18,22	8,18
Correcta	34,44	47,37

Tabla 3: Número medio de respuestas en cada test

Por otra parte hemos obtenido el número medio de respuestas de cada tipo que se ha dado en función de las variables a las que se han hecho mención anteriormente. Estos datos se recogen en la Tabla 4.

	No contesta		Fallos		Aciertos	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
Secuencia Puntual	3,75	5,38	20,87	11,00	35,37	43,63
Secuencia Numérica	7,28	5,57	13,14	10,43	39,57	44,00
Desarrollo Aritmético	5,71	4,00	14	6,43	40,28	49,57
Continuar secuencia	1,67	0,33	12,67	4,67	45,67	55,00
Extrapolar términos	1,83	2,17	10,17	7,00	48	50,83
Explicar regla	2,75	7,00	11,75	11,00	45,25	42,00
Generalizar	14,67	11,17	28,83	15,33	16,5	33,50
Secuencia lineal	2,36	3,27	15,18	9,00	42,45	47,73
Secuencia cuadrática	8,63	6,73	17,27	9,73	34,09	43,55

Tabla 4: Número medio de respuestas en ambos tests

Analizamos, a continuación, los resultados obtenidos en las ocho tareas no contextualizadas en función de las variables consideradas.

En relación con el tipo de secuencia que se utiliza en la primera prueba, las tareas con secuencias lineales presentan menos dificultad que las de secuencias cuadráticas. Si observamos los datos de la Tabla 4, el número medio de ítems no contestados es mayor en las actividades de secuencias cuadráticas (8,63) que en los de secuencias lineales (2,36). En relación a las respuestas erróneas también es levemente superior el número medio en secuencias cuadráticas (17,27) que en lineales (15,18).

Si comparamos estos resultados en el post-test (Tabla 4) podemos comprobar cómo en este caso esas diferencias disminuyen. En dicha tabla se recoge el número medio de ítems no contestados en el pos-test, en actividades con secuencias lineales, 3,27 y en actividades con secuencias cuadráticas, 6,73. Por otra parte el número medio de errores es muy similar tanto en secuencias lineales como cuadráticas (9 y 9,73 respectivamente).

Con estos datos podemos pensar que las secuencias lineales tienen un carácter intuitivo, se aprenden a través del currículo oculto y las secuencias cuadráticas necesitan una “instrucción” o proceso de aprendizaje concreto.

En cuanto al tipo de sistema de representación se observa que las situaciones en las que la secuencia viene representada utilizando una configuración puntual son aquellas en las que los estudiantes incurren en un mayor número de errores. En la Tabla 4 se recoge el número medio de respuestas erróneas y es de 20,87. Esto se puede deber a que están menos habituados a este tipo de representación que a las secuencias numéricas. Al comparar con el número medio de respuestas erróneas, se observa como en el post-test es bastante inferior al pre-test, debido al trabajo con secuencias de números poligonales llevado a cabo por estos alumnos en clase entre una prueba y otra.

Comparando los resultados de los dos test en la Tabla 4, respecto el sistema simbólico, las actividades en las que menos dificultad tienen los alumnos son aquellas en las que la secuencia está representada mediante un desarrollo aritmético. En este caso la secuencia se puede ver como una combinación de secuencias numéricas más simples. En el post-test, el número de errores en las respuestas a las tareas requeridas desciende considerablemente respecto al pre-test, independientemente del tipo de representación.

En cuanto al procedimiento a seguir, como se refleja en la Tabla 4, los alumnos tienen grandes dificultades a la hora de producir la expresión general de la secuen-

cia, independientemente del tipo de representación utilizada. El número medio de ítems sin contestar es muy elevado (14,67), al igual que el número de errores.

En relación con los errores en los que incurren los estudiantes, uno de los más frecuentes es dar una explicación de la regla que sigue la secuencia que no la determina de manera unívoca. En otros casos, aun conociendo la regla, los alumnos tienen dificultad para utilizar el lenguaje simbólico que representa dicha expresión.

7. Conclusiones y continuación del trabajo

Los resultados recogidos en la Tabla 3 muestran que el número medio de respuestas correctas en el post-test (47,37) aumenta respecto al número medio de respuestas válidas del pre-test (34,44). Por tanto, podemos concluir que la instrucción beneficia la resolución correcta de las tareas con secuencias numéricas planteadas a los alumnos.

Del análisis de los datos, en general, concluimos que sólo basada en el conocimiento intuitivo la formación de los futuros maestros en lo referente a razonamiento inductivo no es satisfactoria. Tampoco el tratamiento realizado en el aula ha dado lugar a un resultado satisfactorio, pues aunque, como era de esperar, se ha producido mejoría en los resultados del pos-test, ésta no ha sido muy destacada. Ello nos ha motivado a continuar el trabajo introduciendo modificaciones. Vamos a cambiar el proceso de instrucción así como la recogida de datos y el método de análisis de los mismos. Para la instrucción hemos preparado un material específico de modo que los estudiantes trabajen de forma autónoma. Tratamos de obtener información del proceso de aprendizaje de cada uno de los estudiantes que participen en la nueva experiencia, por lo que la recogida de información se hará en audio y video además de las producciones escritas de los estudiantes. El análisis de los datos cualitativos se realizará utilizando un programa informático adecuado a dichos datos, tratando de obtener información del proceso de aprendizaje de cada uno de los estudiantes que participen en la nueva experiencia.

8. Bibliografía

BARRERA, V. J. *Trabajo con razonamiento inductivo por profesores de Educación Primaria en Formación*. Granada: Universidad de Granada, 2004.

CAÑADAS, M. C. y CASTRO, E. La importancia del razonamiento inductivo en la formación inicial de profesores. En GUTIÉRREZ, J., ROMERO, A. y CORIAT, M. (Eds.), *El prácticum en la formación inicial del profesorado de magisterio y educación secundaria: avances de investigación, fundamentos y programas de formación*. Granada: Editorial Universidad de Granada, 2003, pp. 133-138.

CASTRO, E. *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Granada: Comares, 1995.

COCKCROFT, W. *Las Matemáticas si cuentan. Informe Cockroft*. MEC: Madrid, 1985.

COHEN, L. y MANION, L. *Métodos de Investigación Educativa*. Madrid: Editorial Muralla S.A., 1990.

GIL F. y RICO L. Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(1), 2003, pp.27-47.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (MEC). Real Decreto 1513/2006 de 7 de diciembre por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, 2006.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM-Thales, 2003.

PÓLYA, G. *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos, 1966.

SHULMAN, L. S. Paradigm and research program in the study of teaching: A contemporary perspective. En WITTROCK, M.C. (Ed.). *Handbook of research on teaching*. New York: Macmillan, 1986.